



Primer Examen Parcial Cálculo

SÁBADO 21 DE ABRIL DE 2018

TIEMPO MÁXIMO DISPONIBLE: 3 HORAS

VALOR: 60 PUNTOS

Instrucciones Generales:

1. Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta antes de contestar.
2. Esta es una prueba de desarrollo, por lo que deben aparecer, de manera clara y ordenada, todos los procedimientos que justifiquen correctamente la solución y la respuesta de cada uno de los ítems.
3. Escriba con bolígrafo de tinta indeleble azul o negra. No proceden reclamos sobre pruebas escritas con lápiz o que presenten alguna alteración.
4. No se permite el uso de teléfonos celulares durante la prueba.
5. Si algún procedimiento está desordenado, no se calificará.
6. La calculadora que puede utilizar es aquella que contiene solo las operaciones básicas.
7. La prueba debe resolverse de forma individual.

Nombre: _____

Código: _____

Colegio: _____

1. Considere la siguiente gráfica de la función f :

5 puntos

De acuerdo con la información de la gráfica indique lo que se le solicita:

a) (2 puntos) ¿Existe $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$? Justifique.

b) (2 puntos) ¿Existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? Justifique.

c) (2 puntos) ¿Existe algún número real k tal que f presente una discontinuidad evitable en $x = k$? Justifique.

d) (2 puntos) Escriba las ecuaciones de las asíntotas de la gráfica de $y = f(x)$. Justifique utilizando límites.

e) (1 punto) Indique un posible valor de r para el cual se cumple que $f'(r) > 0$.

2. Calcule, si existen, los siguientes límites

a) (5 puntos) $\lim_{y \rightarrow -2} \frac{\tan(\pi y)}{\pi^2 y + 2\pi^2}$

b) (2 puntos) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\ln(4-x)}{(x-4)^2}$

c) (4 puntos) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{3-x} - \sqrt{4-2x}}$

d) (4 puntos) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{x + \sqrt{x} - 20}{4\sqrt{x} - x}$

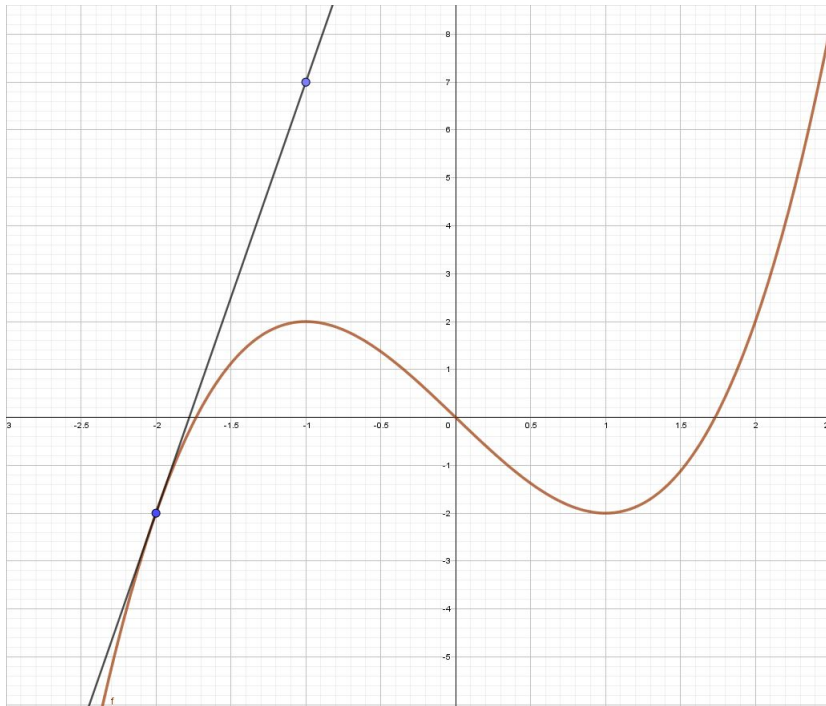
3. (6 puntos) Determine el valor de p de modo que $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ exista si .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{p^2}{\cos(\pi x) + 2} & \text{si } x > 3 \\ \frac{|x - 3|}{x - 3} + 2p & \text{si } x < 3 \end{cases}$$

4. (6 puntos) Analice la continuidad de la función h definida en su dominio máximo por
- $$h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4}. \text{ Indique los intervalos donde es continua y clasifique las discontinuidades.}$$

5. (5 puntos) Enuncie el teorema de los valores intermedios y utilícelo para probar que π tiene al menos una preimagen bajo la función g definida en \mathbb{R} por $g(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$.

6. (4 puntos) Considere la gráfica de la función f y la recta tangente a ella en el punto $(-2,-2)$. Calcule $f'(-2) + f'(-1) \cdot f'(0)$.



7. Calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) (7 puntos) $f(x) = \frac{6\sqrt[5]{x} - e^{\cos(3x)}}{\sqrt{5} + (7x + 1)^4}$

b) (8 puntos) $g(x) = (\tan^4(-x) - \csc(x^\pi) + 4) \cdot \sqrt{\frac{7}{x^4} + 5^{2x+1}}$