

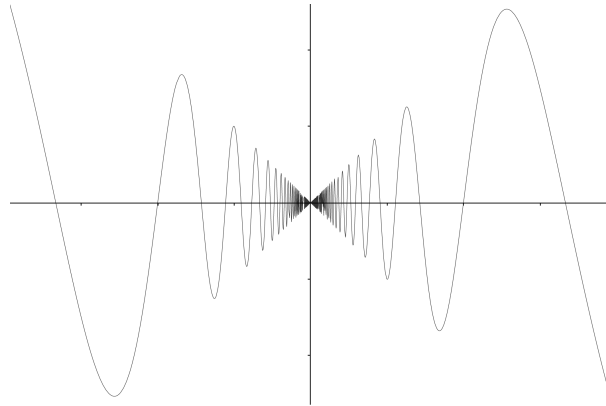


UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

**EMat** Escuela de  
Matemática



Precálculo - Décimo  
**IV Examen Parcial 2018**



Nombre: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

Fórmula: 1

Sábado 10 de noviembre

## Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de **dos** partes, la primera de ellas es de selección única (30 puntos), la segunda de desarrollo (14 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. En el folleto de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo **debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos**. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble para la sección única y el desarrollo.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará. Los resultados deben estar simplificados al máximo, si es posible.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.
11. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

## I parte: Selección única

1. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{-13\pi}{4}$  se localiza en el cuadrante
  - A) I
  - B) II
  - C) III
  - D) IV
  
2. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{3}{4}$  se localiza en el cuadrante
  - A) I
  - B) II
  - C) III
  - D) IV
  
3. ¿Cuál es el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{67\pi}{2}$  ?
  - A) (0, 1)
  - B) (1, 0)
  - C) (0, -1)
  - D) (-1, 0)

4. ¿Cuántos radianes equivalen a  $-450^\circ$ ?

A)  $\frac{-4\pi}{5}$

B)  $\frac{-5\pi}{4}$

C)  $\frac{-2\pi}{5}$

D)  $\frac{-5\pi}{2}$

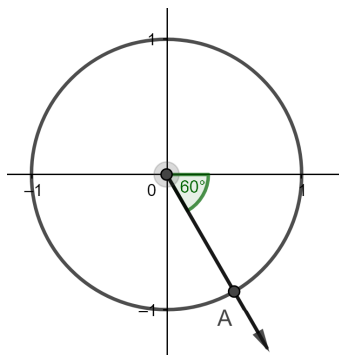
5. Considere la siguiente circunferencia trigonométrica y el punto A en ella. ¿Cuál de los siguientes números reales se puede asociar a A?

A)  $\frac{-\pi}{6}$

B)  $\frac{-\pi}{3}$

C)  $\frac{11\pi}{6}$

D)  $\frac{17\pi}{3}$



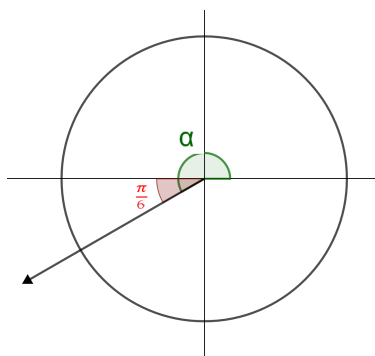
6. Considere la siguiente circunferencia trigonométrica y el ángulo  $\alpha$ . Entonces el valor de  $\tan(\alpha)$  es igual a

A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B)  $\sqrt{3}$

C)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

D)  $-\sqrt{3}$



7. Sea B un punto sobre la circunferencia trigonométrica y  $\beta$  un número real asociado a B. Si  $\sin(\beta) < 0$  y  $\sec(\beta) < 0$ , entonces se cumple que B se encuentra en el cuadrante

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV

8. Si  $\tan(\theta) < 0$  y  $\sin(\theta) = \frac{-4}{5}$  entonces el valor de  $\sec(\theta)$  corresponde a

- A)  $\frac{3}{5}$
- B)  $\frac{5}{3}$
- C)  $\frac{-3}{5}$
- D)  $\frac{-5}{3}$

9. Considere el punto de coordenadas  $(a, b)$  sobre la circunferencia trigonométrica que está asociado al número real  $\varphi$ . ¿A cuál expresión es equivalente  $\tan(\varphi) + \cot(\varphi)$ ?

- A)  $\frac{b+a}{ab}$
- B)  $\frac{1}{ab}$
- C)  $\frac{b^2+a}{ab}$
- D)  $\frac{(b+a)^2}{ab}$

10. Si  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  y  $\tan(\alpha) = 1$ , entonces el valor de  $\csc(2\alpha)$  corresponde a

- A)  $\sqrt{2}$
- B) 1
- C) -1
- D)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

11. El valor de  $\cot(-\pi)$

- A) es cero.
- B) es un número positivo.
- C) es un número negativo.
- D) está indefinido.

12. La expresión  $\frac{\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin(\pi) \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) - \cos(\pi)} + 1$  es igual a

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1

13. Considere la función  $f(x) = \tan(x)$ , definida en su dominio máximo y codominio  $\mathbb{R}$ , la ecuación de una de sus asíntotas corresponde a

A)  $y = \pi$

B)  $x = -\pi$

C)  $y = \frac{\pi}{2}$

D)  $x = \frac{-\pi}{2}$

14. Considere la función  $f(x) = \csc(x)$  definida en su dominio máximo y codominio  $\mathbb{R}$ . Un intervalo donde la función  $f$  es **creciente** corresponde a

A)  $\left] \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right[$

B)  $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

C)  $\left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{3} \right[$

D)  $\left] -\pi, \frac{-\pi}{2} \right[$

15. El periodo de la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  con criterio  $g(x) = -4 \cdot \cos\left(\frac{4x}{3} + \frac{9\pi}{4}\right) + 1$  corresponde a

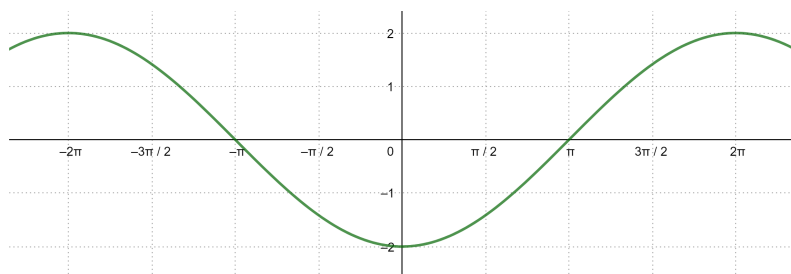
A)  $\frac{\pi}{3}$

B)  $\frac{3\pi}{2}$

C)  $\frac{2\pi}{3}$

D)  $\frac{27\pi}{16}$

16. Considere la siguiente gráfica de una función trigonométrica.



¿Cuál de los siguientes criterios de funciones corresponde a la gráfica anterior?

- A)  $2 \cos(2x)$
  - B)  $-2 \cos(2x)$
  - C)  $2 \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
  - D)  $-2 \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
17. El ámbito de la función  $h(x) = -4 \cos(x + \pi)$ , definida en su dominio máximo, corresponde a

- A)  $[-1, 1]$
- B)  $[-\pi, \pi]$
- C)  $[-4, 4]$
- D)  $[-4 + \pi, 4 + \pi]$

18. ¿Cuántas veces interseca al eje  $X$  la función  $j : \left[\frac{45\pi}{2}, 26\pi\right] \rightarrow \mathbb{R}, j(x) = \cos(x)$  ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



19. La expresión  $\frac{\tan(x) - 1}{\sin(x) - \cos(x)}$  es equivalente a
- A)  $2 \cos(x)$
  - B)  $\frac{\sec(x)}{2}$
  - C)  $\cos(x)$
  - D)  $\sec(x)$
20. La expresión  $\frac{\sin(2\alpha) + \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)}$  es equivalente a
- A)  $2 \sin(\alpha)$
  - B)  $3 \sin(\alpha)$
  - C)  $2 \sin(\alpha) + 1$
  - D)  $2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$
21. La expresión  $\frac{\cot(u)}{\cos(2\pi - u)}$  es equivalente a
- A)  $\sin(u)$
  - B)  $\csc(u)$
  - C)  $\frac{\cos^2(u)}{\sin(u)}$
  - D)  $\frac{2 \cos(u)}{\sin(u)}$

22. La expresión  $\frac{1 - \cos(x)}{1 - \cos^2(x)}$  es equivalente a
- A)  $1 + \cos(x)$
  - B)  $\frac{1}{\cos(x)}$
  - C)  $\frac{1}{1 - \cos(x)}$
  - D)  $\frac{1}{1 + \cos(x)}$
23. La expresión  $\frac{2 \operatorname{sen}(\beta)}{\operatorname{csc}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)}$  es equivalente a
- A)  $\operatorname{sen}(2\beta)$
  - B)  $2 \operatorname{sen}^2(\beta)$
  - C)  $2 \tan^2(\beta)$
  - D)  $\operatorname{sen}(\beta) \cos(\beta)$
24. Considere la función  $f : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x)$ . El ámbito de la función  $f$  corresponde a
- A)  $[0, \pi]$
  - B)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
  - C)  $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$
  - D)  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

25. El valor de  $\arccos \left[ \cos \left( \frac{-\pi}{6} \right) \right]$  es igual a

A)  $\frac{\pi}{6}$

B)  $\frac{5\pi}{6}$

C)  $\frac{7\pi}{6}$

D)  $\frac{-\pi}{6}$

26. La ecuación de una asíntota de la función con criterio  $f(x) = \arctan(x)$ , definida en su dominio máximo, corresponde a

A)  $x = \pi$

B)  $y = \pi$

C)  $x = \frac{\pi}{2}$

D)  $y = \frac{\pi}{2}$

27. ¿Cuántas soluciones en  $[0, \pi]$  tiene la ecuación  $\tan(x) \cdot \sin(x) - \sin(x) = 0$ ?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

28. Una solución de  $\tan(x) + \sqrt{3} = 0$  corresponde a

A)  $\frac{11\pi}{6}$

B)  $\frac{\pi}{3}$

C)  $\frac{5\pi}{6}$

D)  $\frac{2\pi}{3}$

29. En  $\mathbb{R}$ , el conjunto solución de  $6 \operatorname{sen}^2(x) - 9 \operatorname{sen}(x) + 6 = 0$  es

A)  $\emptyset$

B)  $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$

C)  $\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D)  $\{x \in \mathbb{R} / x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

30. En  $\mathbb{R}$ , el conjunto solución de  $\cos^2(x) + 2 \cos(x) + 1 = 0$  es

A)  $\emptyset$

B)  $\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C)  $\{x \in \mathbb{R} / x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D)  $\{x \in \mathbb{R} / x = (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

**EMat** Escuela de  
Matemática

Proyecto MATEM  
Precálculo - Décimo  
**IV Examen Parcial 2018**

Nombre: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

Pregunta	Puntos
D1	
D2	

Fórmula: 1

Sábado 10 de noviembre

## II parte: Desarrollo

1. Si  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ , realice la sustitución  $x = 2 \operatorname{sen}(\alpha)$  en la expresión  $R = \frac{x}{4\sqrt{4-x^2}}$  y simplifique al máximo para demostrar que  $R = \frac{\tan(\alpha)}{4}$  (6 puntos)

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación para todo  $x \in \mathbb{R}$

$$\tan(x) \cdot (\sec(x) \cos^2(x) - \sec(x)) = 0 \quad (8 \text{ puntos})$$

*Fin del examen*



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA

**EMat** Escuela de  
Matemática

## Proyecto MATEM-Precálculo Décimo IV Examen Parcial 2018- Solucionario

Sábado 10 de noviembre

### I parte: Selección única

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. B  | 16. D |
| 2. A  | 17. C |
| 3. C  | 18. C |
| 4. D  | 19. D |
| 5. D  | 20. C |
| 6. A  | 21. B |
| 7. C  | 22. D |
| 8. B  | 23. A |
| 9. B  | 24. D |
| 10. C | 25. A |
| 11. D | 26. D |
| 12. A | 27. D |
| 13. D | 28. D |
| 14. D | 29. A |
| 15. B | 30. D |



**II parte: Desarrollo**

1. Si  $\frac{-\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ , realice la sustitución  $x = 2 \operatorname{sen}(\alpha)$  en la expresión  $R = \frac{x}{4\sqrt{4-x^2}}$  y simplifique al máximo para demostrar que  $R = \frac{\tan(\alpha)}{4}$  (6 puntos)

**Solución**

$$\begin{aligned} R &= \frac{x}{4\sqrt{4-x^2}} = \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha)}{4\sqrt{4-(2 \operatorname{sen}(\alpha))^2}} = \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha)}{4\sqrt{4-4 \operatorname{sen}^2(\alpha)}} = \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha)}{4\sqrt{4(1-\operatorname{sen}^2(\alpha))}} \\ &= \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha)}{4\sqrt{4 \cos^2(\alpha)}} = \frac{2 \operatorname{sen}(\alpha)}{4 \cdot 2 \cos(\alpha)} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{4 \cdot \cos(\alpha)} = \frac{\tan(\alpha)}{4} \end{aligned}$$

Distribución de puntos: 1 punto por cada paso.

2. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación para todo  $x \in \mathbb{R}$   
 $\tan(x) \cdot (\sec(x) \cos^2(x) - \sec(x)) = 0$  (8 puntos)

**Solución**

$\tan(x) \cdot \sec(x) \cdot (\cos^2(x) - 1) = 0$  (1 punto por factorizar y 1 punto por igualar cada factor a 0)

$$\tan(x) = 0$$

$$x = k\pi \text{ (1 punto)}$$

$$\text{con } k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2(x) - 1 = 0$$

$$\cos(x) = \pm 1 \text{ (2 puntos)}$$

$$x = k\pi \text{ (1 punto)}$$

$\sec(x) = 0$  notese que 0 no pertenece al ámbito de secante, por tanto, esta expresión no tiene solución (1 punto)

$$S = \{k\pi/k \in \mathbb{Z}\} \text{ (1 punto)}$$