

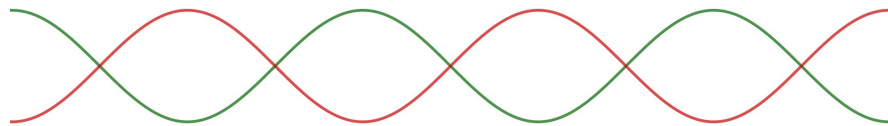


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo - Décimo
IV Examen Parcial 2019



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Sábado 9 de noviembre

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta solamente de selección única (40 puntos).
4. El examen debe ser contestado en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
7. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.
8. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

I parte: Selección única

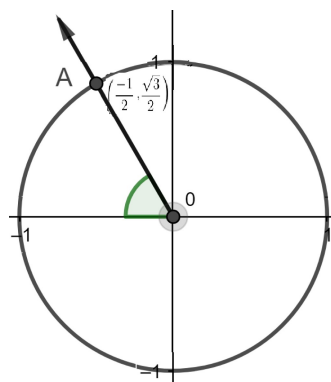
1. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{14\pi}{3}$ se localiza en el cuadrante
 - A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV

2. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{-3}{4}$ se localiza en el cuadrante
 - A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV

3. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{125\pi}{2}$?
 - A) (0, 1)
 - B) (1, 0)
 - C) (0, -1)
 - D) (-1, 0)

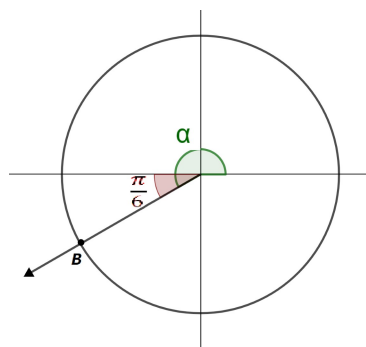
4. Considere la siguiente circunferencia trigonométrica y el punto A en ella. ¿Cuál de los siguientes números reales se puede asociar a A?

- A) $\frac{\pi}{3}$
 B) $\frac{10\pi}{3}$
 C) $\frac{-2\pi}{3}$
 D) $\frac{-10\pi}{3}$



5. Si (m, n) son las coordenadas del punto B asociadas al número real α , entonces el valor de m es igual a

- A) $\frac{1}{2}$
 B) $\frac{-1}{2}$
 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$



6. Sea C un punto sobre la circunferencia trigonométrica y θ un número real asociado a C. Si $\csc(\theta) < 0$ y $\cot(\theta) < 0$, entonces se cumple que C se encuentra en el cuadrante

- A) I
 B) II
 C) III
 D) IV

7. Si $\sec(\alpha) < 0$ y $\tan(\alpha) = \frac{-12}{5}$ entonces el valor de $\sin(\alpha)$ corresponde a
- A) $\frac{12}{13}$
 - B) $\frac{13}{12}$
 - C) $\frac{-12}{13}$
 - D) $\frac{-13}{12}$
8. Considere el punto de coordenadas (a, b) sobre la circunferencia trigonométrica que está asociado al número real φ . ¿A cuál expresión es equivalente $\cos(\varphi) + \sec(\varphi)$?
- A) $\frac{b^2}{a}$
 - B) $\frac{a}{a^2 + 1}$
 - C) $\frac{a^2 + 1}{a}$
 - D) $\frac{1 - a^2}{a}$
9. Si $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ y $\cot(\alpha) = 1$, entonces el valor de $\sin(2\alpha)$ corresponde a
- A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 - B) 1
 - C) -1
 - D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

10. El valor de $\cot\left(\frac{10\pi}{11}\right)$

- A) es cero.
- B) es un número positivo.
- C) es un número negativo.
- D) está indefinido.

11. La expresión $\frac{\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)}{\sin(2019\pi) \cdot \cos\left(\frac{2017\pi}{2}\right) + \cos(2018\pi)}$ es igual a

- A) 2
- B) 1
- C) 0
- D) -1

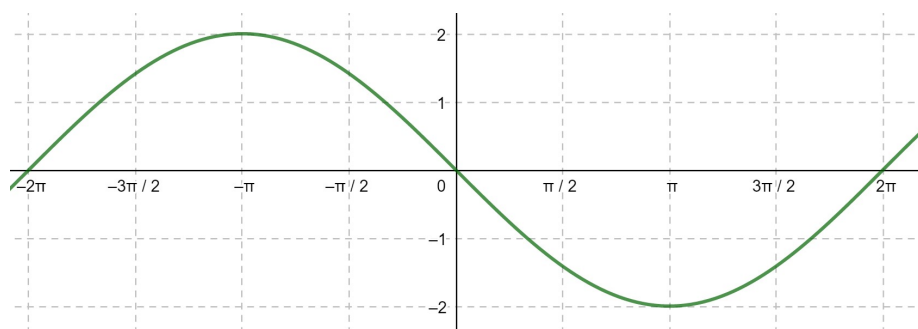
12. Considere la función $f(x) = \sec(x)$, definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} , la ecuación de una de sus asíntotas corresponde a

- A) $x = 2019\pi$
- B) $y = -2019\pi$
- C) $x = \frac{2019\pi}{2}$
- D) $y = \frac{-2019\pi}{2}$

13. Considere la función $f(x) = \text{sen}(x)$ definida en su dominio máximo y codominio \mathbb{R} . Un intervalo donde la función f es **decreciente** corresponde a

- A) $\left] \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right[$
B) $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$
C) $\left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{3} \right[$
D) $\left] -\pi, \frac{-\pi}{2} \right[$

14. Considere la siguiente gráfica de una función trigonométrica.



¿Cuál de los siguientes criterios de funciones corresponde a la gráfica anterior?

- A) $f(x) = 2 \text{sen}(2x)$
B) $f(x) = -2 \text{sen}(2x)$
C) $f(x) = 2 \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$
D) $f(x) = -2 \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$

Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $f(x) = -4 \cdot \cos(2x + \pi) + \pi$ y utilícela para responder los ítems 15, 16 y 17.

15. El periodo de la función f corresponde a

- A) $\frac{\pi}{2}$
- B) π
- C) 2π
- D) 3π

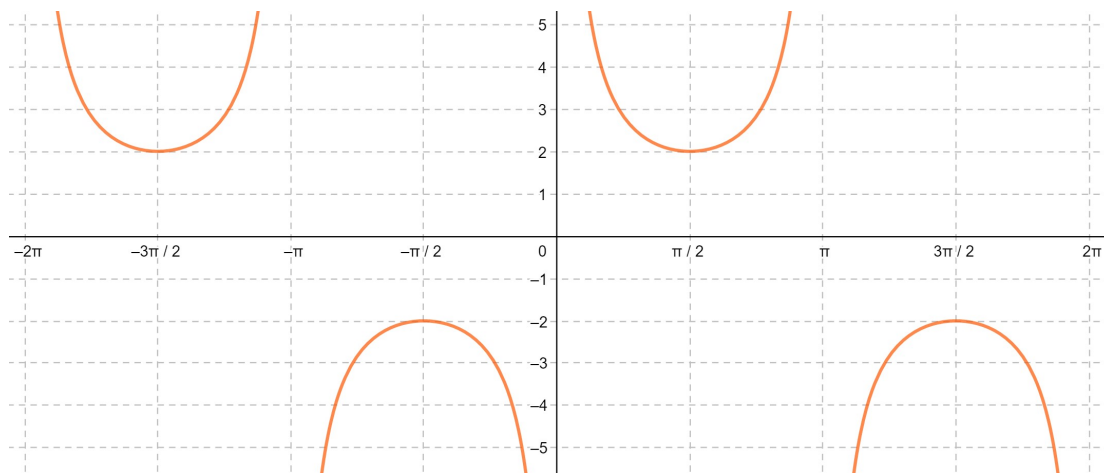
16. El ámbito de la función f corresponde a

- A) $[-1, 1]$
- B) $[-\pi, \pi]$
- C) $[-4\pi, 4\pi]$
- D) $[-4 + \pi, 4 + \pi]$

17. La amplitud de la función f es igual a

- A) 1
- B) 2
- C) π
- D) 4

18. Considere la siguiente gráfica de una función trigonométrica.



¿Cuál de los siguientes criterios de funciones puede corresponder a la gráfica anterior?

- A) $f(x) = \sec(x)$
- B) $f(x) = 2 \sec(x)$
- C) $f(x) = \csc(x)$
- D) $f(x) = 2 \csc(x)$

19. Considere la función $g : \left[\frac{-3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}$ con criterio $g(x) = \cot(x)$. ¿Cuántos cortes con el eje X tiene la gráfica de g ?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5

20. Considere la función $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsen(x)$. El ámbito de la función f corresponde a

A) $[0, \pi]$

B) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

C) $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$

D) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

21. El valor de $\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ es igual a

A) $\frac{\pi}{6}$

B) $\frac{\pi}{3}$

C) $\frac{2\pi}{3}$

D) $\frac{5\pi}{6}$

22. El valor de $\arcsen\left[\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right]$ es igual a

A) $\frac{\pi}{6}$

B) $\frac{\pi}{3}$

C) $\frac{-\pi}{3}$

D) $\frac{-\pi}{6}$

23. Considere la función con criterio $f(x) = \arctan(x)$ definida en su dominio máximo. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

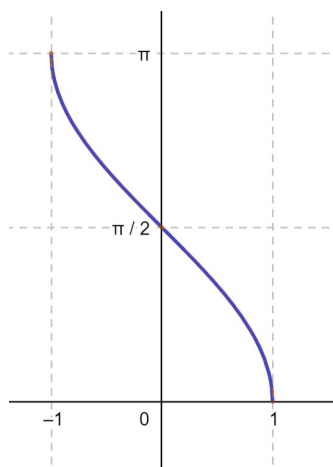
- A) $f(-2019) < f(2019)$.
- B) El ámbito de la función es $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
- C) $x = \frac{\pi}{2}$ es la ecuación de una de las asíntotas.
- D) La función es decreciente en todo su dominio.

24. El valor de $\arctan(1) - \arctan(-1) + \pi$ es igual a

- A) 0
- B) $\frac{\pi}{2}$
- C) π
- D) $\frac{3\pi}{2}$

25. Considere la gráfica de la función que se presenta a continuación, ¿cuál de los siguientes criterios puede corresponder a la gráfica?

- A) $f(x) = \arcsen(x)$
- B) $f(x) = \arccos(x)$
- C) $f(x) = \arctan(x)$
- D) $f(x) = \cot(x)$



26. La expresión $\sec(x) - \sin(x) \cdot \tan(x)$ es equivalente a

A) $\cos(x)$

B) $\sin(x)$

C) $\frac{1 - \sin(x)}{\cos(x)}$

D) $\sin(x)(1 - \tan(x))$

27. La expresión $\frac{1 + \cos(2\alpha)}{\sin^2(2\alpha)}$ es equivalente a

A) $\sin^2(\alpha)$

B) $\csc^2(\alpha)$

C) $\frac{\sin^2(\alpha)}{2}$

D) $\frac{\csc^2(\alpha)}{2}$

28. La expresión $\sin(\pi + u) \cdot \sin(\pi - u)$ es equivalente a

A) $\sin^2(u)$

B) $\sin(2u)$

C) $-\sin^2(u)$

D) $\sin(\pi^2 - u^2)$

29. La expresión $\frac{1 - \operatorname{sen}(x)}{1 - \operatorname{sen}^2(x)}$ es equivalente a

A) $1 + \operatorname{sen}(x)$

B) $\frac{1}{\operatorname{sen}(x)}$

C) $\frac{1}{1 - \operatorname{sen}(x)}$

D) $\frac{1}{1 + \operatorname{sen}(x)}$

30. La expresión $\frac{2 \cos(\theta)}{\operatorname{csc}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}$ es equivalente a

A) $\operatorname{sen}(2\theta)$

B) $2 \cos^2(\theta)$

C) $-2 \cos^2(\theta)$

D) $\operatorname{sen}(\theta) \cos(\theta)$

31. La expresión $\tan^4(x) - \sec^4(x)$ es

A) $1 + 2 \sec^2(x)$

B) $1 - 2 \sec^2(x)$

C) $-1 + 2 \sec^2(x)$

D) $-1 - 2 \sec^2(x)$

32. La expresión $\frac{(\operatorname{sen}(x) - \operatorname{cos}(x))^2 - \operatorname{cos}^2(x)}{\operatorname{sen}(x) - 2\operatorname{cos}(x)}$ es equivalente a

- A) $\operatorname{sen}(x)$
- B) $-\operatorname{sen}(x)$
- C) $\operatorname{sen}(x) - \operatorname{cos}(x)$
- D) $\operatorname{sen}(x) + 2\operatorname{cos}(x)$

33. La expresión $\operatorname{cos}^2(x) + \operatorname{cos}^2(x) \cdot \operatorname{cot}^2(x)$ es equivalente a

- A) $\operatorname{sen}(x)$
- B) $\operatorname{cos}(x)$
- C) $\operatorname{cot}^2(x)$
- D) $\tan^2(x)$

34. En el intervalo $[0, \pi]$, ¿cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\tan(x) \cdot \operatorname{cos}(x) + \operatorname{cos}(x) = 0$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

35. En el intervalo $[0, 2\pi[$, dos soluciones de $2 \operatorname{sen}^2(x) = \operatorname{sen}(x)$ son

A) 0 y $\frac{5\pi}{6}$

B) π y $\frac{\pi}{2}$

C) π y $\frac{3\pi}{4}$

D) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{2\pi}{3}$

36. Considere la ecuación $\frac{3 \cos(x)}{2} + 3 \cos^2(x) = 0$ y analice las siguientes proposiciones:

I. En $]-\pi, \pi[$ esta ecuación tiene solamente dos soluciones reales.

II. En $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ esta ecuación tiene solamente dos soluciones reales.

De estas, ¿cuáles con certeza son verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

37. En \mathbb{R} , el conjunto solución de $(\operatorname{sen}(x) - \cos(x))^2 = 1$ es

A) \emptyset

B) $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$

C) $\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

38. En \mathbb{R} , el conjunto solución de $\sec^2(x) - 2\sec(x) + 1 = 0$ es

- A) \emptyset
- B) $\{x \in \mathbb{R}/x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R}/x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- D) $\{x \in \mathbb{R}/x = (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

39. Si $\frac{-\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$ entonces una posible solución para la ecuación $\sqrt{3}\sin(\beta) + \cos(\beta) = 0$ es

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{\pi}{6}$
- C) $\frac{-\pi}{6}$
- D) $\frac{-\pi}{3}$

40. ¿Cuál de los siguientes números reales es una solución de $2\cos(x) + 1 = 0$?

- A) $\frac{13\pi}{6}$
- B) $\frac{26\pi}{3}$
- C) $\frac{-13\pi}{6}$
- D) $\frac{-27\pi}{3}$