I - A - 2021 - RRF - Curso de Cálculo de proyecto MATEM - 002

II Parcial 19 de junio

Instrucciones

1) Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.

2) Este examen consta un total de 51 puntos los cuales se distribuyen en selección única (20 puntos), identifique o respuesta breve (17 puntos) y desarrollo (14 puntos).

3) La prueba está **disponible del sábado 19 de junio del 2021 a las 8:00 a.m. hasta las 11:15 a.m.**, en ese intervalo de tiempo deberá resolverlo y enviarlo para su calificación.

4) En caso de dudas con respecto a algún ítem del examen, el estudiante deberá enviar un correo con las dudas al correo: **calculomatemucr@gmail.com** y el asunto del correo debe ser "Duda examen cálculo". Además debe **identificarse** con su **nombre completo y código de estudiante**. Durante la prueba solamente se atenderán preguntas de carácter administrativo.

5) En caso de inconvenientes de fuerza mayor que afecten el desarrollo del examen del estudiante, debe de comunicarse con su profesor encargado para que haga el reporte debido a la coordinación MATEM para que valore la situación e indique las acciones a seguir.

6) La prueba está diseñada para ser resuelta en máximo 3 horas, sin embargo se habilitará en la plataforma durante 3 horas y 15 minutos. El estudiante debe prepararse con la antelación suficiente antes de la hora establecida para el inicio de la prueba. A quienes inicien tarde no se les repondrá el tiempo perdido.

7) La plataforma le permite ingresar en varias oportunidades mientras se encuentre dentro del lapso establecido y no haya finalizado la prueba. Tome en cuenta que, para efectos de calificación, sus respuestas no quedarán guardadas a menos que ya haya enviado la prueba para su calificación.

8) Para responder la sección de **desarrollo** debe seguir las siguientes indicaciones:

   a) Contestar en hojas la pregunta en forma clara, ordenada, **a mano**, con letra legible y utilizando lapicero de tinta azul o negra. En cada página debe indicar su nombre y apellidos así como el código de estudiante que se le asignó en el proyecto.

   b) Incluir **todos** los procedimientos que llevan a la respuesta.

   c) Digitalizar la solución de los ejercicios de modo que el procedimiento aparezca en un solo archivo pdf (solamente se aceptará ese formato). Para lograr esto se puede utilizar fotos, escanear o incluso aplicaciones de celular que convierten imágenes a formato pdf. Debe asegurarse de que el archivo sea legible y claro.

   d) Nombrar el archivo con la información de número de código de estudiante (otorgado por el proyecto MATEM), nombre y Colegio, como se muestra en el siguiente ejemplo: "12345678.FernandoAguilar.ColegioX"

   e) Subir el archivo pdf en el espacio indicado en el examen (debe verificar que está adjuntado el archivo correcto).

9) Cuando esté seguro(a) de sus respuestas debe seleccionar la opción "**terminar intento**" y luego "**enviar todo y terminar**" para que dichas respuestas sean debidamente consignadas en el sistema. Después de esto no podrá realizar cambios. En caso de no seleccionar esta opción, su calificación será cero.

10) El sistema califica automáticamente la parte de selección única e identifique, mientras que la parte de desarrollo es revisada y calificada posteriormente. Debido a lo anterior, el sistema le indicará que su examen está incompleto a pesar de que usted lo haya terminado.

11) **El trabajo debe realizarse de manera individual**. Se asume que usted actuará con total honestidad, **sin utilizar recursos no permitidos** durante la prueba como aplicaciones de celular, páginas de internet, libros y materiales del curso, además de consultar a otras personas que le ayuden a resolver los ejercicios de la prueba. En caso contrario se le anulará la prueba.

12) **No se permite la divulgación de preguntas por medio de grupos de WhatsApp, redes sociales o similares**.

13) Se le recomienda finalizar el examen con suficiente tiempo de anticipación a la hora de cierre de la prueba (indicada anteriormente) por si se dieran inconvenientes.

14) La nota obtenida en la prueba está disponible a partir del 5 de julio a las 4 p.m. aproximadamente.

Intentos permitidos: 1

Este examen se cerró el sábado, 19 de junio de 2021, 11:15

I - A - 2021 - RRF - Curso de Cálculo de proyecto MATEM - 002

Puede previsualizar este examen, pero si este fuera un intento real, Usted estaría bloqueado debido a que :

Este examen no está disponible actualmente

Pregunta **1**

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considere la función con criterio $f(x) = xcos(x)$. Al calcular la segunda derivada de f se obtiene $f''(x) = -2sen(x) - g(x)$, donde $g(x)$ corresponde a la expresión

Seleccione una:

- $-cos(x)$
- $-xcos(x)$
- $cos(x)$
- $xcos(x)$

Pregunta **2**

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considere la ecuación $x \cdot y = 2$ la cual satisface que $y' = \dfrac{-y}{x}$ y $y'' = \dfrac{2y}{x^2}$.

Considere las siguientes proposiciones:

I. y'' también es equivalente a la expresión $\dfrac{-4}{x^3}$.

II. $y \cdot y' = -y''$.

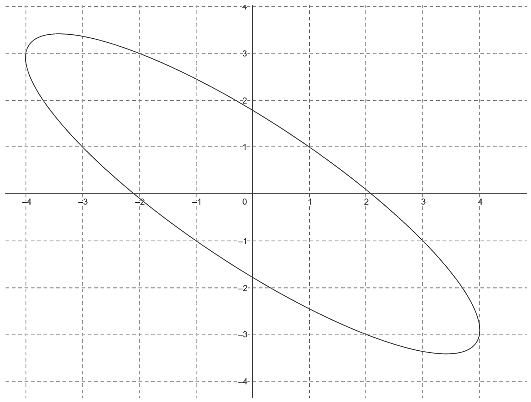
Con base en la información anterior, ¿cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

Seleccione una:

- Ambas
- Ninguna
- Solo la II
- Solo la I

Pregunta 3
Sin responder aún
Puntaje de 1.00

A continuación se presenta la gráfica asociada a la curva con ecuación $8x^2 + 16xy + 11y^2 = 35$



Para esta curva, el valor de $\frac{dy}{dx}(2, -3)$ corresponde a

Seleccione una:

- $\frac{-1}{4}$
- $\frac{-3}{2}$
- $\frac{41}{16}$
- $\frac{-8}{17}$

Pregunta 4
Sin responder aún
Puntaje de 1.00

Al derivar la función $g(x) = \ln\left(x^3\right)$ se obtiene que

Seleccione una:

- $g'(x) = -\frac{3}{x}$
- $g'(x) = \frac{3}{x^2}$
- $g'(x) = \frac{3}{x^3}$
- $g'(x) = \frac{3}{x}$

Pregunta 5

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Si se sabe que $y = f(x)^{g(x)}$ cumple que:

$$y' = f(x)^{g(x)} \cdot [g(x) \cdot \ln(f(x))]',$$

entonces para la función con criterio $y = (\ln(x))^{\sqrt{x}}$, se cumple que $[g(x) \cdot \ln(f(x))]'$ es equivalente a la expresión

Seleccione una:

- $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln(\ln(x)) + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x\ln(x)}\right)$
- $\left(\ln(\ln(x)) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}\right)$
- $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{x\ln(x)}\right)$
- $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln(\ln(x)) - \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x\ln(x)}\right)$

Pregunta 6

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considerando la curva con criterio $f(x) = (x)^{-x}$, con certeza se cumple que

Seleccione una:

- $f'\left(\frac{1}{2}\right) < f'(1)$
- $f'(0) = f'(1)$
- $f'(1) > f'(2)$
- $f'(1) < f'\left(\frac{3}{2}\right)$

Pregunta 7
Sin responder aún
Puntaje de 1.00

La derivada de la función con criterio $y = \arccos(2x)$ corresponde a

Seleccione una:

- $y' = -\dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
- $y' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$
- $y' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$
- $y' = -\dfrac{2}{\sqrt{1-2x^2}}$

Pregunta 8
Sin responder aún
Puntaje de 1.00

Sea g una función derivable y $f(x) = g(arcsen(x))$.

Se tiene que $g'\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 3$, entonces el valor de $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)$ corresponde a:

Seleccione una:

- $\sqrt{3}$
- $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$
- $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
- $2\sqrt{3}$

Pregunta 9
Sin responder aún
Puntaje de 1.00

Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x \to +\infty} \left(-\frac{e^x + 1}{x - e^x} \right)$$

Seleccione una:

- -1
- 1
- $-\infty$
- $+\infty$

Pregunta 10

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

El resultado que se obtiene al calcular el $\lim_{x\to 0}\left(\frac{ln(1-8x)}{x}\right)$ corresponde a

Seleccione una:

- 8
- -8
- e^8
- $\frac{1}{8}$

Pregunta 11

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{ln(x)}-\frac{x}{x-1}\right)$$

Seleccione una:

- $\frac{1}{2}$
- $-\frac{1}{2}$
- $-\infty$
- 0

Pregunta 12

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

El resultado que se obtiene al calcular el $\lim_{x\to +\infty}\left(-x\cdot ln\left(\frac{x+1}{x}\right)\right)$ corresponde

Seleccione una:

- $+\infty$
- $-\infty$
- 1
- -1

Pregunta 13

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considere las siguientes proposiciones con base en el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 0} (1 - tan(2x))^{\frac{4}{x}},$$

entonces:

I. El límite presenta la forma indeterminada 0^0.

II. El límite anterior es equivalente a $e^{\left(\lim_{x \to 0} (1 - tan(2x)) \ln\left[\frac{4}{x}\right]\right)}$.

De proposiciones anteriores, con certeza son verdaderas:

Seleccione una:

- Solo la II
- Ninguna
- Ambas
- Solo la I

Pregunta 14

Sin responder aún

Puntaje de 3.00

Nota: Complete en el espacio indicado la información que se le solicita. Para escribir números en notación fraccionaria utilice "/". Por ejemplo: 2/3 representa $\frac{2}{3}$.

Sea $f : [1, 4] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 7)$.

I. El número crítico corresponde a $x =$ ☐

II. El mínimo absoluto se alcanza en $x =$ ☐

III. El máximo absoluto se alcanza en $x =$ ☐

Pregunta 15

Sin responder aún

Puntaje de 2.00

Considere una función g, bien definida en su dominio y que cumple con

$$\lim_{x \to -\infty} g(x) = 5 \qquad \lim_{x \to +\infty} g(x) = 1$$

$$\lim_{x \to 5^-} g(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to 5^+} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1} g(x) = -5 \qquad g(5) = -1$$

Con base a dicha información, determine lo que se le solicita.

Una asíntota vertical de la función tiene ecuación:

○ $x = 1$ ○ $x = 5$ ○ $y = -1$ ○ $y = 5$

Una asíntota horizontal de la función tiene ecuación:

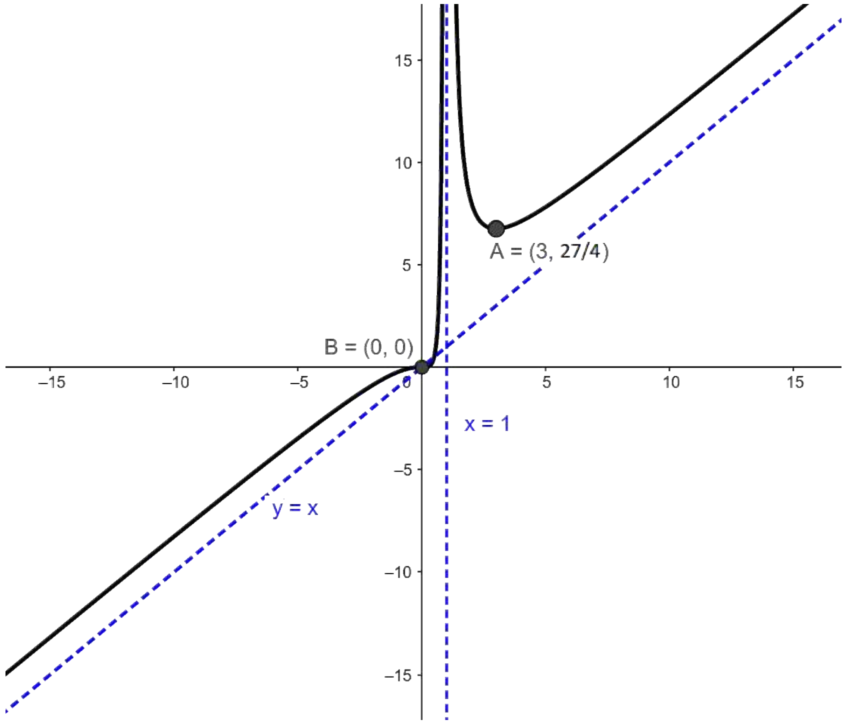
○ $x = 1$ ○ $x = 5$ ○ $y = 1$ ○ $y = -5$

Pregunta 16

Sin responder aún

Puntaje de 9.00

Considere la gráfica de la función f dada a continuación:



Determine lo que se le solicita según las opciones dadas.

La ecuación de la asíntota vertical es

La ecuación de la asíntota oblicua es

Un punto que satisface que $f'(x) = 0$ y además es un extremo relativo de la función es

¿La función posee un punto de inflexión?

¿La gráfica de f posee un mínimo local?

¿La gráfica de f posee un mínimo absoluto?

Un intervalo donde f' es siempre positiva corresponde a

Un intervalo donde f'' es negativa corresponde a

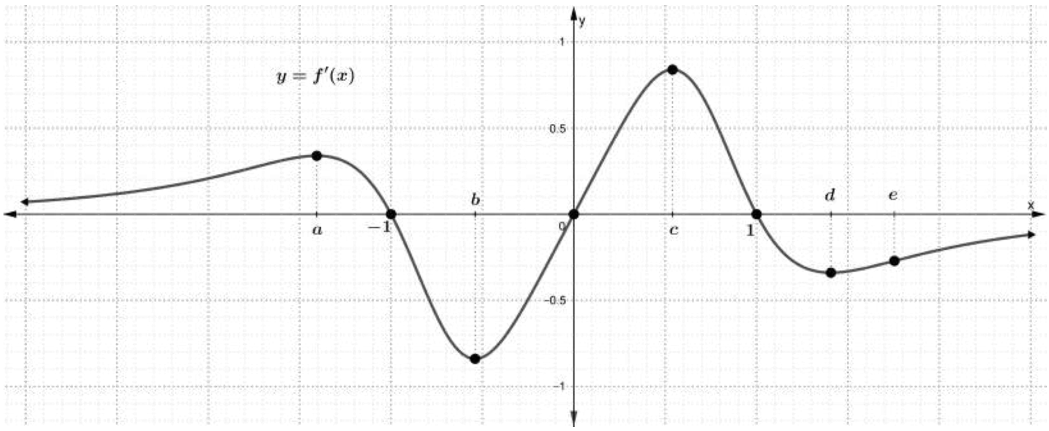
Un intervalo donde f' es negativa y f'' es positiva simultáneamente corresponde a

Pregunta 17

Sin responder aún

Puntaje de 5.00

Considere la gráfica adjunta de **la primera derivada** de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



A continuación se presentan algunas proposiciones. Determine si cada una de ellas es verdadera o falsa.

En $]b, c[$ la función f es creciente Elegir...

En $]1, +\infty[$ la función f es decreciente Elegir...

En $x = 1$ hay un número crítico de f Elegir...

En $x = 0$ la función f alcanza un mínimo relativo Elegir...

$(c, f(c))$ es un punto máximo relativo de la función f Elegir...

Pregunta 18

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Sea f una función con $f:\mathbb{R}-\{b\}\to\mathbb{R}$, tal que su primera y segunda derivada satisfacen la tabla de signos que se muestra a continuación:

	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
f'	$+$	$+$	$-$	$-$	
f''	$+$	$-$	$-$	$+$	

Considere las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f es creciente en el intervalo $]c,+\infty[$.

II. La gráfica de f es decreciente en el intervalo $]a,c[$.

¿Cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son, con certeza, verdaderas?

Seleccione una:

- Ambas
- Solo la II
- Ninguna
- Solo la I

Pregunta 19

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considere el criterio de f' con a una constante positiva mayor que 1 tal que

$$f'(x)=-x(x-1)(x-a).$$

Con base a la información anterior, la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, con certeza se cumple que

Seleccione una:

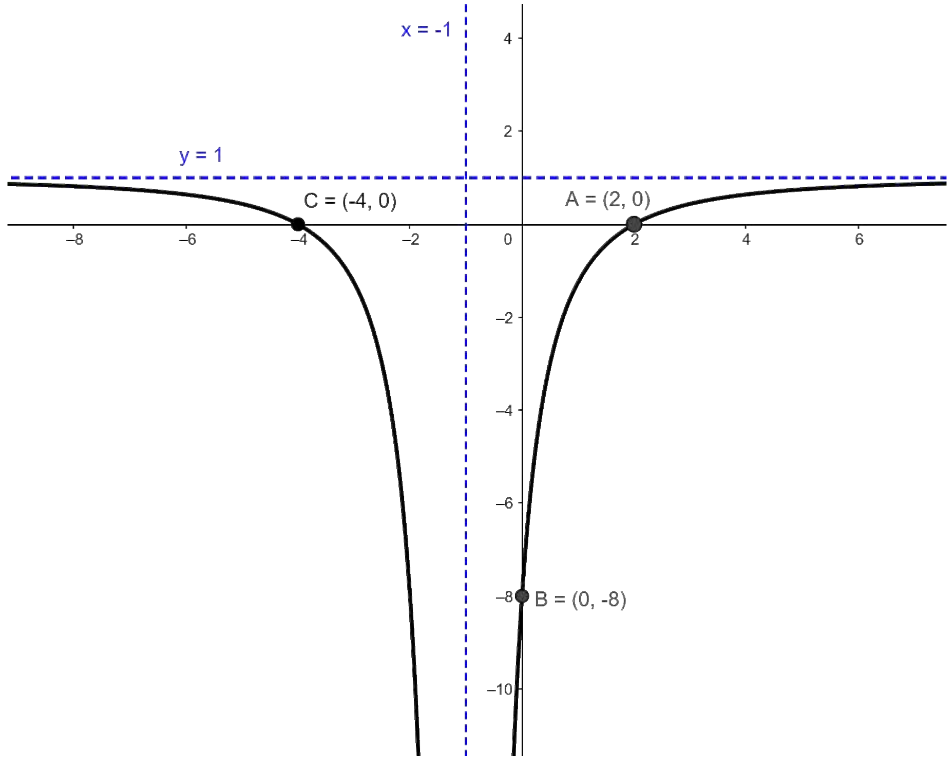
- En $x=a$ y $x=0$ se alcanzan valores máximos relativos.
- En $x=1$ y $x=0$ se alcanzan valores mínimos relativos.
- En $x=1$ y $x=a$ se alcanzan valores máximos relativos.
- En $x=1$ y $x=a$ se alcanzan valores mínimos relativos.

Pregunta 20

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Sea f una función continua con $f : \mathbb{R} - \{-1\} \to \mathbb{R}$, tal que la gráfica de su segunda derivada, es decir, f'' se muestra a continuación:



Considere las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f es cóncava hacia arriba en el intervalo]-7,-4[

II. La gráfica de f es cóncava hacia abajo en el intervalo]1,3[

Con certeza, ¿cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

Seleccione una:

- Ambas
- Ninguna
- Solo la II
- Solo la I

Pregunta 21

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Sea f una función continua con dominio $\mathbb{R}-\{1\}$, tal que su primera y segunda derivada satisfacen la tabla de signos que se muestra a continuación:

	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
f'	$-$	$+$	$+$	$+$	
f''	$+$	$+$	$-$	$+$	

Considere las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f es cóncava hacia abajo en el intervalo]0,1[

II. La gráfica de f es cóncava hacia arriba en el intervalo]-3,-1[

Con certeza, ¿cuál o cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

Seleccione una:

- Solo la II
- Ambas
- Solo la I
- Ninguna

Pregunta 22

Sin responder aún

Puntaje de 1.00

Considere la función f de criterio $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$ definida en su dominio máximo y cuyas derivadas son $f'(x)=\dfrac{-(x+2)}{x^3}$ y $f''(x)=\dfrac{2(x+3)}{x^4}$.

Entonces un punto de inflexión de f corresponde a $\left(-3,\frac{-1}{27}\right)$.

Elija una;

- Verdadero
- Falso

Pregunta 23

Sin responder aún

Puntaje de 11.00

Resuelva los dos ejercicios que se le indican a continuación.

1) Considere una ventana que tiene forma de rectángulo que culmina en la parte superior con un triángulo equilátero. El perímetro de la ventana mide $3\,m$. Determine la longitud del lado del triángulo de forma que la ventana tenga el área máxima. (8 puntos)

2) Una varilla de metal tiene forma de cilindro. Con forme se calienta, su longitud aumenta a razón de $0,005\,cm/min$ y su radio aumenta a razón de $0,001\,cm/min$, ¿con qué velocidad está cambiando el volumen de la varilla cuando esta alcance $40\,cm$ de longitud y $1,5\,cm$ de radio? Interprete el resultado e indique las unidades de medida. (6 puntos)

Para responder la sección de **desarrollo debe** seguir las siguientes indicaciones:

a) Contestar en hojas la pregunta en forma clara, ordenada, **a mano, con letra legible y utilizando lapicero de tinta azul o negra**. En cada página debe indicar su nombre y apellidos así como el código de estudiante que se le asignó en el proyecto.

b) Incluir **todos** los procedimientos que llevan a la respuesta.

c) Digitalizar la solución de los ejercicios de modo que el procedimiento aparezca en **un solo archivo pdf** (solamente se aceptará ese formato). Para lograr esto se puede utilizar fotos, escanear o incluso aplicaciones de celular que convierten imágenes a formato pdf. Debe asegurarse de que el archivo sea legible y claro.

d) **Nombrar el archivo** con la información de número de código de estudiante (otorgado por el proyecto MATEM), nombre y Colegio, como se muestra en el siguiente ejemplo: "12345678.FernandoAguilar.ColegioX"

e) Subir el archivo pdf en el espacio indicado en el examen (debe verificar que está adjuntado el archivo correcto).

Tamaño máximo para archivos nuevos: 512MB, anexos máximos: 1

Archivos

Arrastre y suelte los archivos aquí para subirlos

Tipos de archivo aceptados

Documento PDF *.pdf*

Soluciones de los ítems de identifique, respuesta corta y desarrollo

Pregunta 14

Sin responder aún

Puntaje de 3.00

Nota: Complete en el espacio indicado la información que se le solicita. Para escribir números en notación fraccionaria utilice "/". Por ejemplo: 2/3 representa $\frac{2}{3}$.

Sea $f : [1, 4] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 7)$.

I. El número crítico corresponde a $x = \boxed{2}$

II. El mínimo absoluto se alcanza en $x = \boxed{2}$

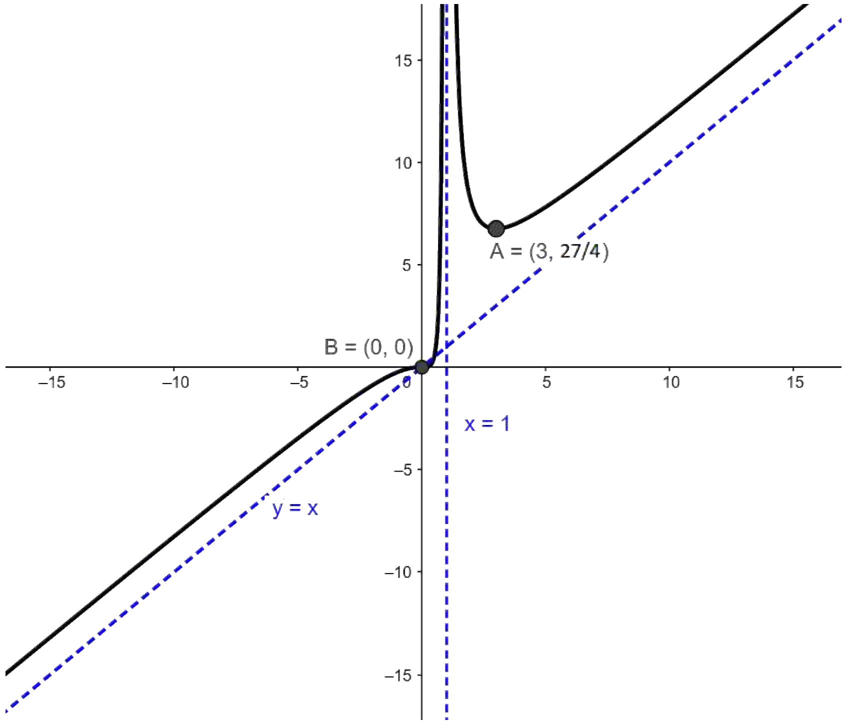
III. El máximo absoluto se alcanza en $x = \boxed{4}$

Pregunta 16

Sin responder aún

Puntaje de 9.00

Considere la gráfica de la función f dada a continuación:



Determine lo que se le solicita según las opciones dadas.

La ecuación de la asíntota vertical es **x=1**

La ecuación de la asíntota oblicua es **y=x**

Un punto que satisface que $f'(x) = 0$ y además es un extremo relativo de la función es **A**

¿La función posee un punto de inflexión? **Sí, en el punto B**

¿La gráfica de f posee un mínimo local? **Sí, en el punto A**

¿La gráfica de f posee un mínimo absoluto? **No, no posee**

Un intervalo donde f' es siempre positiva corresponde a **]3,+∞[**

Un intervalo donde f'' es negativa corresponde a **]-∞,0[**

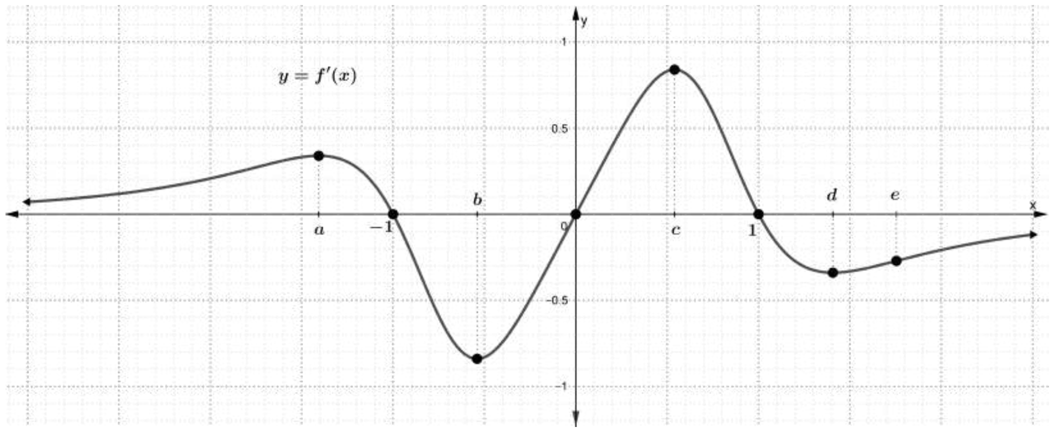
Un intervalo donde f' es negativa y f'' es positiva simultáneamente corresponde a **]1,3[**

Pregunta 17

Sin responder aún

Puntaje de 5.00

Considere la gráfica adjunta de **la primera derivada** de la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



A continuación se presentan algunas proposiciones. Determine si cada una de ellas es verdadera o falsa.

En $]b, c[$ la función f es creciente **F**

En $]1, +\infty[$ la función f es decreciente **V**

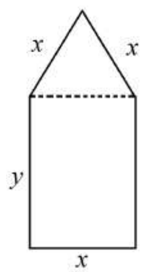
En $x = 1$ hay un número crítico de f **V**

En $x = 0$ la función f alcanza un mínimo relativo **V**

$(c, f(c))$ es un punto máximo relativo de la función f **F**

Desarrollo

23.1) Considere una ventana que tiene forma de rectángulo que culmina en la parte superior con un triángulo equilátero. El perímetro de la ventana mide $3\,m$. Determine la longitud del lado del triángulo de forma que la ventana tenga el área máxima. (8 puntos)



Condición:

$$3x + 2y = 3 \quad \rightarrow \quad y = \frac{3-3x}{2}$$

Función y su reescritura:

$$f(x,y) = xy + \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad f(x) = x\left(\frac{3-3x}{2}\right) + \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6x - 6x^2 + x^2\sqrt{3}}{4}$$

Derivada y punto crítico:

$$f'(x) = \frac{6 - 12x + 2x\sqrt{3}}{4} \quad \rightarrow \quad f'(x) = 0 \;\; si \;\; x = \frac{3}{6-\sqrt{3}}$$

Nota: con la calculadora se puede verificar que $f''\left(\dfrac{3}{6-\sqrt{3}}\right)$ es negativo y por tanto si se alcanza el área máxima deseada.

Solución: El lado del triángulo debe medir $\dfrac{3}{6-\sqrt{3}}\,m \approx 0,70\,m.$

23.2) Una varilla de metal tiene forma de cilindro. Con forme se calienta, su longitud aumenta a razón de $0,005\, cm/min$ y su radio aumenta a razón de $0,001$ cm/min, ¿con qué velocidad está cambiando el volumen de la varilla cuando esta alcance $40\, cm$ de longitud y $1,5\, cm$ de radio? Interprete el resultado e indique las unidades de medida. (6 puntos)

Datos:

h indica la longitud que varía con el tiempo. $\rightarrow$ En algún instante $h = 40cm$
r indica el radio que varía con el tiempo. $\rightarrow$ En algún instante $r = 1,5cm$
$\dfrac{dh}{dt} = 0,005\, cm/min$ razón de cambio de la longitud que aumenta.
$\dfrac{dr}{dt} = 0,001\, cm/min$ razón de cambio del radio que aumenta.
¿ $\dfrac{dV}{dt}$?

Procedimiento:

$V = \pi r^2 h$
Derivada:
$\dfrac{dV}{dt} = 2\pi \cdot r \cdot \dfrac{dr}{dt} \cdot h + \pi r^2 \cdot \dfrac{dh}{dt} \quad \rightarrow \quad \dfrac{dV}{dt} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 0,001 \cdot 40 + \pi (1,5)^2 \cdot 0,005 \quad \rightarrow$
$\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{21\pi}{160} \approx 0,412$

Interpretación del resultado:

La velocidad aproximada con que aumenta el volumen dela varilla es de aproximadamente $0,412\ cm^3/min$.