

Número de examen: _____



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
PROYECTO MATEM

I EXAMEN PARCIAL 2009

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL
-Décimo Año-

FÓRMULA 1

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de **selección única** y está constituida por **30 ítems**; y la segunda es de **desarrollo** y la conforman **4 ítems**.
- El examen debe ser contestado en las hojas de respuestas que se le darán para tal efecto.
- En cada una de las hojas de respuesta debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **Para los ítems de selección**, en la hoja de respuestas, usted **debe rellenar con lápiz la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada**. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **solo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas**.
- Para la parte de **Desarrollo** utilice únicamente **bolígrafo azul o negro**. Si el **examen contiene** partes escritas con **lápiz** o hace uso de **corrector líquido**, usted **pierde el derecho a reclamar**.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- **En los ítems de desarrollo**, **debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Recuerde que la **calculadora** que puede utilizar es aquella que **contiene únicamente las operaciones básicas**.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos**.

I PARTE. Selección Única.

Valor: 30 puntos.

1. Al realizar la factorización completa de $x^3 y^2 - x^2 y^2 - 6x + x^2 y + 6 - xy$, uno de sus factores corresponde a

- a. $x - 2$
- b. $x - 1$
- c. $y + 3$
- d. $y + 6$

2. Al factorizar, en \mathbb{R} , completamente la expresión $a^6 - b^6$ se obtiene

- a. únicamente dos factores polinomiales distintos.
- b. únicamente tres factores polinomiales distintos.
- c. únicamente cuatro factores polinomiales distintos.
- d. más de cuatro polinomiales distintos.

3. Uno de los factores de $25x^2(y^3 - 4) - y^3 + 4$ es

- a. $25x^2$
- b. $5x - 1$
- c. $y^3 + 4$
- d. $25x^2 + 1$

4. La expresión $\frac{-x^2 - 2x + 3}{x - 1} \div \frac{x + 3}{x^2 + 2x}$ es equivalente a

- a. $-x^2 + 2x$
- b. $-x^2 - 2x$
- c. $\frac{-x^2 + 9}{x^2 - 2x}$
- d. $\frac{-(x + 3)^2}{x^2 + 2x}$

5. La expresión $\frac{x(1-2x)+4x-2}{2xy-y+4x-2}$ es equivalente a

a. $-\frac{x}{y}$

b. $\frac{x+2}{y+2}$

c. $\frac{2-x}{y+2}$

d. $\frac{x-2}{y+2}$

6. Considere la ecuación $ax+2=17$ y con base en ella analice las siguientes afirmaciones

I) Si $a=3$ entonces se puede afirmar que el conjunto solución es $\{5\}$.

II) Si $a=0$ entonces se puede afirmar que el conjunto solución es \mathbb{R} .

De las proposiciones anteriores, se puede afirmar que son verdaderas

- a. solamente la I.
- b. solamente la II.
- c. la I y la II.
- d. ni la I ni la II.

7. Considere la ecuación $3x^2-18x=-27$, definida en el conjunto de los números reales, se puede afirmar que el número de elementos del conjunto solución corresponde a

- a. 0.
- b. 1.
- c. 2.
- d. 4.

8. Considere el siguiente enunciado.

“El producto de dos números enteros consecutivos positivos es 132. ¿Cuáles son los números?”

Si x representa el número menor, una ecuación que permite resolver el problema es

- a. $x^2 - 132 = 0$
- b. $x^2 + 132 = 0$
- c. $x^2 + x - 132 = 0$
- d. $x^2 - x - 132 = 0$

9. Si la ecuación $-3x^2 + 4mx - 2m = 0$ tiene una única solución real, entonces m pertenece al intervalo

- a. $\left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$
- b. $\left] -\infty, \frac{3}{2} \right[$
- c. $\left] 0, \frac{3}{2} \right[$
- d. $\left] -2, 2 \right[$

10. Una solución de la ecuación $-3x^2 = 2x\sqrt{3} - 1$ es

- a. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- b. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- c. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}$
- d. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{3}$

11. EL conjunto solución de la ecuación $\left(\frac{4}{x+3}-1\right)\left(1+\frac{3}{x+4}\right)=0$ es

- a. \emptyset
- b. $\{-7\}$
- c. $\{1,-7\}$
- d. $\{-4,-3,1,-7\}$

12. El conjunto solución de la ecuación $\frac{2x+1}{4x^2-1} + \frac{x+1}{x^3+1} = 0$ tiene

- a. 0 elementos
- b. 1 elemento
- c. 2 elementos
- d. 3 elementos

13. El conjunto solución de la ecuación $\frac{6x^4-5x^2+1}{4x^4-1} = 0$ es

- a. $\{ \}$
- b. $\left\{ \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$
- c. $\left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$
- d. $\left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right\}$

14. El conjunto solución de la ecuación $\sqrt{2x+1} = x-1$ es igual al conjunto solución de la ecuación

- a. $2x+1 = (x-1)^2$
- b. $x(x-4) = 0$
- c. $2x+1 = 0$
- d. $x-4 = 0$

15. La ecuación $\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x} = 1$ tiene

- a. cero soluciones reales.
- b. una única solución real.
- c. dos soluciones racionales distintas.
- d. dos soluciones irracionales distintas.

16. El conjunto solución de la ecuación $-2|x^2 - 4| = -8$ es

- a. $\{ \}$
- b. $\{2\sqrt{2}\}$
- c. $\{\pm 2\sqrt{2}\}$
- d. $\{\pm \sqrt{8}, 0\}$

17. El conjunto solución de $|x^2 + 3x - 4| = 0$ es

- a. \emptyset
- b. $\{-4, 1\}$
- c. \mathbb{R}
- d. $\mathbb{R} - \{-4, 1\}$

18. Considere las afirmaciones siguientes

- I. El conjunto solución de la ecuación $|x|+2=0$ es $\{ \}$
II. El conjunto solución de la ecuación $|x+2|=0$ es $\{ \pm 2 \}$.

De las proposiciones anteriores, son verdaderas

- a. solamente la I.
b. solamente la II.
c. la I y la II.
d. ni la I ni la II.

19. Si $x = -2$ es una solución de la inecuación $ax^2 + ax - 4 > 2$, entonces dos valores de a que satisfacen la inecuación corresponden a

- a. $a = -3, a = 0$
b. $a = 0, a = 3$
c. $a = 3, a = 5$
d. $a = 5, a = 8$

20. Una inecuación que tiene por conjunto solución el conjunto vacío corresponde a

- a. $-x^2 + 3 < 0$
b. $-x^2 + 5x - 10 < 0$
c. $2x - x^2 - 4 < 0$
d. $8 + 2x + 3x^2 < 0$

21. El conjunto solución de $|9x - 54| \leq 0$ es

- a. \emptyset
- b. $\{6\}$
- c. \mathbb{R}
- d. $\mathbb{R} - \{6\}$

22. Sea $P(x)$ una expresión algebraica que satisface que el conjunto solución de la inecuación $P(x) \geq 0$ es $\left] \frac{1}{2}, \frac{13}{4} \right]$, entonces se puede asegurar que

- a. $P\left(\frac{1}{2}\right) > P\left(\frac{13}{4}\right)$
- b. $P\left(\frac{13}{4}\right) > P\left(\frac{1}{2}\right)$
- c. $P\left(\frac{1}{2}\right) \geq 0$
- d. $P\left(\frac{13}{4}\right) \geq 0$

23. El conjunto solución de $\frac{(x+4)(2-x)}{(3+x)^2} \leq 0$ es el siguiente

- a. $[-4, 2]$
- b. $]-\infty, -4] \cup [2, +\infty[$
- c. $[-4, -3[\cup]-3, 2]$
- d. $[-4, -3[\cup]-3, 2]$

24. El conjunto solución de la inecuación $\sqrt[4]{(-x-8)^4} < 2$ es el siguiente

- a. $] -16, +\infty [$
- b. $] -10, +\infty [$
- c. $] -10, -6 [$
- d. \mathbb{R}

25. Para que la ecuación $3x^2 + kx - \frac{3}{4}k + 3 = 0$ no tenga soluciones reales el parámetro k debe pertenecer al siguiente conjunto

- a. $[-12, 3]$
- b. $] -12, 3 [$
- c. $] -\infty, -12] \cup [3, +\infty [$
- d. $] -\infty, -3 [\cup] 12, +\infty [$

26. Si $2 \leq x \leq 20$ entonces se cumple con certeza que

- a. $|x| \leq 20$
- b. $|x-11| \leq 9$
- c. $|x-9| \leq 11$
- d. $|x-11| \geq 9$

27. El conjunto solución de la inecuación $(2x^2 + 2x + 2)(4 - x) \geq 0$ es

- a. $] -\infty, 4]$
- b. $[4, +\infty [$
- c. $[-2, 4]$
- d. $] -\infty, -2] \cup [4, +\infty [$

Para contestar los ítems del 28 al 30 considere la siguiente información

El conjunto solución de la inecuación $a(x) \leq 0$ corresponde a $] -\infty, -2]$

El conjunto solución de la inecuación $b(x) \leq 0$ corresponde a $[-1, \infty [$

El conjunto solución de la inecuación $c(x) \leq 0$ corresponde a $] -\infty, 3]$

$a(x)$, $b(x)$ y $c(x)$ son polinomios.

28. El conjunto solución de la inecuación $-4 \cdot a(x) \cdot b(x) \cdot c(x) \leq 0$ es

- a. $] -\infty, -2] \cup [-1, 3]$
- b. $[-2, -1] \cup [3, +\infty [$
- c. $] -\infty, -2] \cup] -1, 3 [$
- d. $[-2, -1 [\cup] 3, +\infty [$

29. Considere las siguientes afirmaciones:

I) $a(1) < 0$ y $b(1) < 0$

II) $a(1) \cdot b(1) < 0$

III) $\frac{a(3)}{c(3)} = 0$

IV) $a(-2) \cdot c(-2) = 0$

De las proposiciones anteriores, son verdaderas

- a. la I y la II.
- b. la II y la III.
- c. la II y la IV.
- d. la I y la IV.

30. La expresión $G(x) = \sqrt{\frac{a(x)}{b(x) \cdot c(x)}}$ representa un número real si x pertenece

al siguiente conjunto

- a. $] -\infty, -2] \cup [-1, 3]$
- b. $] -\infty, -2] \cup] -1, 3 [$
- c. $[-2, -1] \cup [3, +\infty [$
- d. $[-2, -1 [\cup] 3, +\infty [$

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

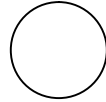
Puntos obtenidos en pregunta #1: _____

Puntos obtenidos en pregunta #2: _____

Puntos obtenidos en pregunta #3: _____

Puntos obtenidos en pregunta #4: _____

Total de puntos de desarrollo:



1. En la expresión que se adjunta, efectúe las operaciones indicadas y exprese el resultado simplificado al máximo. 5 puntos.

$$\frac{x-1-\frac{12}{x-2}}{x+6+\frac{16}{x-2}}$$

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

2) Un aeroplano vuela hacia el norte a 200 mi/h y pasa sobre cierto lugar a las 2:00 p.m. Otra aeronave, que vuela hacia el este a la misma altitud y a 400 mi/h, pasa sobre el mismo lugar a las 2:30 p.m.

- a) (2 puntos) Si t denota el tiempo en horas después de las 2:30 p.m., exprese la distancia d entre los aviones, en términos de t .
- b) (3 puntos) ¿A qué hora, después de las 2:30 p.m. estaban los aviones a 500 millas uno de otro?

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

3) Resuelva la ecuación y escriba el conjunto solución

5 puntos.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+2} = -1$$

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

4) Resuelva la inecuación y escriba el conjunto solución 5 puntos.

$$\frac{(x+3)^2 (2x-1)^3}{x^2 - 4} \leq 0$$