



Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2010

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>
tel. (506) 2511-4528

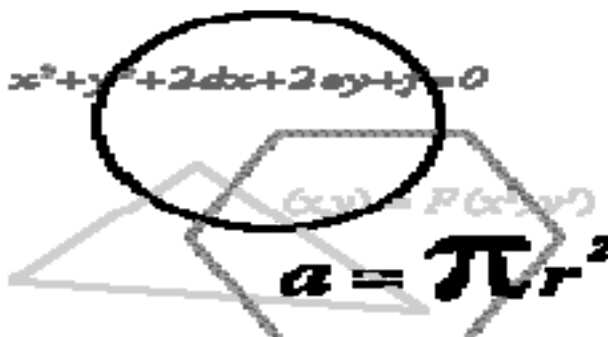


MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL -Décimo Año-

I EXAMEN PARCIAL 2010

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 17 de abril de 2010

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección y está constituida por 32 ítems y la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems.
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra. Si esta parte del **examen contiene** partes escritas con **lápiz** usted **pierde el derecho a reclamar.**
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Al factorizar completamente $(b^2 + 2b)^2 + 2(-b^2 - 2b) - 3$ uno de los factores es
 - (A) $(b-1)^2$
 - (B) $(b-3)$
 - (C) $b-2$
 - (D) $(b+1)^2$

2. Al factorizar completamente $2x^3 + x^2 - 13x + 6$ uno de los factores es
 - (A) $x+2$
 - (B) $2x-1$
 - (C) $x-3$
 - (D) $x+1$

3. Al factorizar completamente $18nx^{2012} - (15nx^{2011} + 63nx^{2010})$ uno de los factores es
 - (A) $2x-3$
 - (B) $3x-7$
 - (C) $3x+7$
 - (D) $2x-6$

4. La factorización completa de $9x^5 - 25x + 9x^4 - 25$ tiene la siguiente cantidad de factores

- (A) Cinco
- (B) Cuatro
- (C) Tres
- (D) Dos

5. La expresión $(2 - x^{-1}) \div (4 - x^{-2})$ es equivalente a

- (A) $\frac{1}{2+x}$
- (B) $\frac{1}{2x+1}$
- (C) $\frac{x}{2x+1}$
- (D) $\frac{(2x-1)^2(2x+1)}{x^3}$

6. La expresión $\frac{4x^2 - (y-x)^2}{(3x+y)^2 - 4y^2}$ es equivalente a

- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{3}{x+y}$
- (C) $\frac{x+y}{3}$
- (D) $\frac{x-y}{3(3x-y)}$

7. La expresión $\frac{4}{x+1} \div \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} \right)$ es equivalente a

(A) $\frac{-1}{2x-2}$

(B) $\frac{1}{2x-2}$

(C) $-2x+2$

(D) $2x-2$

8. Para que la ecuación cuadrática $(2-k)x^2 + 3x - 1 = 0$ no tenga soluciones reales el valor de k debe pertenecer al conjunto

(A) $\left] 1, \frac{17}{4} \right[$

(B) $\left] 0, \frac{17}{4} \right[$

(C) $\left] -\infty, \frac{17}{4} \right[$

(D) $\left] \frac{17}{4}, +\infty \right[$

9. La ecuación $x^2 - 6\sqrt{2}x = -1$ tiene

(A) una solución racional y una irracional.

(B) dos soluciones irracionales.

(C) dos soluciones racionales.

(D) sólo una solución.

10. Para la ecuación $kx^2 - 2kx + 7 = 0$ considere las siguientes proposiciones

- I. Si $k = 7$ entonces la ecuación tiene una única solución.
- II. Si $k = 1$ entonces la ecuación tiene una única solución.
- III. Si $k = -4$ entonces la ecuación tiene una única solución.

De las afirmaciones anteriores **son falsas**

- (A) la I y la II
- (B) la I y la III
- (C) la II y la III
- (D) Sólo la II.

11. El conjunto solución de la ecuación $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$ es el siguiente

- (A) \emptyset
- (B) $\{-3, 1\}$
- (C) $\{-1, 3\}$
- (D) $\{-1, 1, 3\}$

12. El número de soluciones reales que tiene la ecuación $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$ es

- (A) Cero
- (B) una
- (C) Dos
- (D) tres

13. El conjunto solución de la ecuación $x^6 - 4x^3 - 5 = 0$ tiene la siguiente cantidad de soluciones **racionales**

- (A) Seis.
- (B) Dos
- (C) Una
- (D) Cuatro

14. La ecuación $\frac{2x^2 - 4}{x - 4} = \frac{7x}{x - 4}$ tiene la siguiente cantidad de soluciones

- (A) cero
- (B) Una
- (C) Dos
- (D) Tres

15. La ecuación $\frac{3}{x^2 - 4} + \frac{x + 1}{x^2 + x - 6} = \frac{-5}{x - 2}$

- (A) no tiene soluciones.
- (B) una única solución real.
- (C) tiene dos soluciones irracionales.
- (D) tiene por conjunto solución $\mathbb{R} - \{-3, -2, 2\}$

16. La ecuación $\left(x - \frac{4}{x + 3}\right)\left(x + \frac{3}{x + 4}\right) = 0$

- (A) tiene una solución negativa y una positiva.
- (B) dos soluciones negativas y una positiva.
- (C) dos soluciones positivas y una negativa.
- (D) no tiene soluciones.

17. La ecuación $x^{-2} - 3x^{-1} - 4 = 0$ tiene
- (A) únicamente una solución y es entera.
 - (B) dos soluciones enteras.
 - (C) dos soluciones racionales.
 - (D) tres soluciones racionales.
18. La ecuación $\sqrt{x+2} + 2x - 1 = 4x$ tiene
- (A) ninguna solución real.
 - (B) una única solución real.
 - (C) dos soluciones irracionales distintas.
 - (D) dos soluciones racionales distintas.
19. La ecuación $x\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} - 6 = 0$ tiene
- (A) una única solución irracional.
 - (B) una única solución racional.
 - (C) dos soluciones irracionales.
 - (D) dos soluciones racionales.
20. El conjunto solución de la ecuación $|x-1| + 21 = 0$ tiene
- (A) cero elementos.
 - (B) un sólo elemento.
 - (C) tres elementos distintos.
 - (D) dos elementos distintos.

21. El conjunto solución de la ecuación $|x^2 + 2| = 3$ tiene
- (A) cero elementos.
 - (B) un sólo elemento.
 - (C) dos elementos distintos.
 - (D) cuatro elementos distintos.
22. El conjunto solución de $-4x^2 + 3x > 2$ corresponde a
- (A) \mathbb{R}
 - (B) \emptyset
 - (C) $\mathbb{R} - \{0\}$
 - (D) $]0,1[$
23. Si $a < 0$ el conjunto solución de la inecuación cuadrática $x^2 + ax < 0$ corresponde a
- (A) $]0, -a[$
 - (B) $]a, 0[$
 - (C) $] -\infty, a[\cup] -a, +\infty[$
 - (D) $] -\infty, -a[\cup] a, +\infty[$
24. El conjunto solución de $-(x+2)(-x+3)(x^2+1) < 0$ corresponde a
- (A) $] -\infty, -2[\cup] 3, +\infty[$
 - (B) $] -\infty, -3[\cup] 2, +\infty[$
 - (C) $] -3, 2[$
 - (D) $] -2, 3[$

25. Si $P(x)$ es un polinomio y el conjunto solución de $P(x) < 0$ es $] -4, 2[$, con certeza se

cumple que

(A) $P(-4) = 0$

(B) $P(-1) < 0$

(C) $P(-10) > 0$

(D) $P(3) < 0$

26. El conjunto solución de $-2x^2 - x < -15$ es el siguiente

(A) $] -3, \frac{5}{2}[$

(B) $] -\frac{5}{2}, 3[$

(C) $] -\infty, -3[\cup] \frac{5}{2}, +\infty[$

(D) $] -\infty, -\frac{5}{2}[\cup] 3, +\infty[$

27. El conjunto solución de $\frac{(x+3)(-x+2)}{1-5x} \geq 0$ corresponde a

(A) $\left[-3, \frac{1}{5} \right] \cup [2, +\infty[$

(B) $\left[-3, \frac{1}{5} \right[\cup [2, +\infty[$

(C) $] -\infty, -3] \cup \left] \frac{1}{5}, 2 \right]$

(D) $] -\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{5}, 2 \right]$

28. El conjunto solución de $\frac{(3x-1)^{1997} \cdot (-x+3)^{2005}}{x \cdot (x+3)^{2010}} \geq 0$ corresponde a

(A) $]-\infty, -3[\cup]-3, 0[\cup \left[\frac{1}{3}, 3\right]$

(B) $]-\infty, 0[\cup \left[\frac{1}{3}, 3\right]$

(C) $\left]0, \frac{1}{3}\right] \cup [3, +\infty[$

(D) $\left[0, \frac{1}{3}\right] \cup [3, +\infty[$

29. El conjunto solución de $|5x-3| \geq 4$ corresponde a

(A) $\left[\frac{-1}{5}, \frac{7}{5}\right]$

(B) $\left[\frac{-7}{5}, \frac{1}{5}\right]$

(C) $\left] -\infty, \frac{-1}{5}\right] \cup \left[\frac{7}{5}, +\infty\right[$

(D) $\left] -\infty, \frac{-7}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{5}, +\infty\right[$

30. El conjunto solución de $|-3x-4| \leq 0$ corresponde a

(A) \mathbb{R}

(B) \emptyset

(C) $\left\{\frac{-4}{3}\right\}$

(D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-4}{3}\right\}$

31. Si p es una solución de la inecuación $|2x - 3| \leq 7$ con CERTEZA

- (A) $p > 5$
- (B) $p < -2$
- (C) $p > 0$
- (D) $p < 6$

32. El conjunto solución de $\sqrt{(-x+3)^2} > 2$ corresponde a

- (A) $]1, 5[$
- (B) $] -\infty, 1[\cup] 5, +\infty[$
- (C) $] -5, -1[$
- (D) $] -\infty, -5[\cup] -1, +\infty[$

-fin-

Universidad de Costa Rica
 Escuela de Matemática
 PROYECTO MATEM - 2010
 MA-0125 Matemática Elemental – Décimo Año



PRIMER EXAMEN PARCIAL - Sábado 17 de abril

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

PREGUNTA	Puntos obtenidos
1	
2	
3	
TOTAL	

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 15 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

A. (5 puntos) Determine (en \mathbb{R}) el **conjunto solución** de la ecuación

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{x+6} = 3$$

B. (5 puntos) Determine (en \mathbb{R}) el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} \leq \frac{5x^4 - 59x^2 - 49x - 5}{(x^2 + 6x + 9)(x-2)}$$

C. (5 puntos) Resuelva el siguiente problema, utilizando para ello ecuaciones:

Carlos compró algunas acciones en \$1560. Después, cuando el precio había aumentado \$24 por acción, vendió todas sus acciones excepto 10, en \$1520; ¿cuántas acciones vendió Carlos y cuántas había comprado?

-fin -



Solucionario

PRIMER EXAMEN PARCIAL - Sábado 17 de abril

Selección única

1	D		8	D		15	A		22	B		29	C	
2	B		9	B		16	A		23	A		30	C	
3	B		10	C		17	C		24	D		31	D	
4	B		11	D		18	B		25	*		32	B	
5	C		12	C		19	C		26	C				
6	A		13	C		20	A		27	B				
7	C		14	B		21	C		28	A				

Desarrollo

A. (5 puntos) Determine (en \mathbb{R}) el **conjunto solución** de la ecuación

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{x+6} = 3$$

Solución:

$\sqrt{5x-1} - \sqrt{x+6} = 3$ $\sqrt{5x-1} = 3 + \sqrt{x+6}$ $(\sqrt{5x-1})^2 = (3 + \sqrt{x+6})^2$ $5x-1 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x+6} + (\sqrt{x+6})^2$ $5x-1 = 9 + 6\sqrt{x+6} + x+6$ $5x-1-9-x-6 = 6\sqrt{x+6}$ $4x-16 = 6\sqrt{x+6}$ $(4x-16)^2 = (6\sqrt{x+6})^2$ $16x^2 - 128x + 256 = 36(x+6)$ $16x^2 - 128x + 256 - 36x - 216 = 0$ $16x^2 - 164x + 40 = 0$ $4x^2 - 41x + 10 = 0$ $(x-10)(4x-1) = 0$ $x = 10 \text{ o } x = \frac{1}{4}$	<p>Dominio: $D_1 \cap D_2 = \left[\frac{1}{5}, +\infty \right[$</p> $5x-1 \geq 0 \qquad x+6 \geq 0$ $x \geq \frac{1}{5} \qquad x \geq -6$ $D_1 = \left[\frac{1}{5}, +\infty \right[\qquad D_2 = [-6, +\infty[$
	<p>Pruebas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Para $x = 10$ $\sqrt{5 \cdot 10 - 1} - \sqrt{10 + 6} \stackrel{?}{=} 3$ $\sqrt{49} - \sqrt{16} \stackrel{?}{=} 3$ $3 = 3 \quad \text{SI ES SOLUCIÓN}$ ▪ Para $x = \frac{1}{4}$ $\sqrt{5 \cdot \frac{1}{4} - 1} - \sqrt{\frac{1}{4} + 6} \stackrel{?}{=} 3$ $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{25}{4}} \stackrel{?}{=} 3$ $-2 \neq 3 \quad \text{NO ES SOLUCIÓN}$

Respuesta: $S = \{10\}$

B. (5 puntos) Determine (en \mathbb{R}) el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} \leq \frac{5x^4 - 59x^2 - 49x - 5}{(x^2 + 6x + 9)(x-2)}$$

Solución:

$$\frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} \leq \frac{5x^4 - 59x^2 - 49x - 5}{(x^2 + 6x + 9)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} \leq \frac{5x^4 - 59x^2 - 49x - 5}{(x+3)^2(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} - \frac{5x^4 - 59x^2 - 49x - 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-5x}{x-2} + \frac{5x^2}{x+3} + \frac{-5x^4 + 59x^2 + 49x + 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-5x(x+3)^2 + 5x^2(x+3)(x-2) - 5x^4 + 59x^2 + 49x + 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-5x(x^2 + 6x + 9) + 5x^2(x^2 + x - 6) - 5x^4 + 59x^2 + 49x + 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-5x^3 - 30x^2 - 45x + 5x^4 + 5x^3 - 30x^2 - 5x^4 + 59x^2 + 49x + 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 4x + 5}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(-x+5)(x+1)}{(x+3)^2(x-2)} \leq 0$$

	$-\infty$	-3	-1	2	5	$+\infty$
$(-x+5)$	+		+	+		-
$(x+1)$	-		-	+		+
$(x+3)^2$	+		+	+		+
$(x-2)$	-		-	-		+
$\frac{(-x+5)(x+1)}{(x+3)^2(x-2)}$	+		+	-		-

Respuesta: $S = [-1, 2[\cup [5, +\infty[$

C. (5 puntos) Resuelva el siguiente problema, utilizando para ello ecuaciones:

Carlos compró algunas acciones en \$1560. Después, cuando el precio había aumentado \$24 por acción, vendió todas sus acciones excepto 10, en \$1520; ¿cuántas acciones vendió Carlos y cuántas había comprado?

Solución: Sea x la cantidad de acciones que compró Carlos.

Entonces se tiene que:

- $\frac{1560}{x}$ = precio de cada una de las acciones que compró Carlos.
- $\frac{1560}{x} + 24$ = precio en que Carlos vendió las acciones.
- $x - 10$ = cantidad de acciones que Carlos vendió.

De lo anterior se concluye que:

$$\left(\frac{1560}{x} + 24\right)(x - 10) = 1520 \quad (\text{Dinero que obtuvo Carlos por la venta de las acciones})$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1560 + 24x}{x}\right)(x - 10) = 1520$$

$$\Rightarrow (1560 + 24x)(x - 10) = 1520x$$

$$\Rightarrow 1560x - 15600 + 24x^2 - 240x = 1520x$$

$$\Rightarrow 24x^2 - 200x - 15600 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 25x - 1950 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{o} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{25 + \sqrt{24025}}{2 \cdot 3} \quad \text{o} \quad x = \frac{25 - \sqrt{24025}}{2 \cdot 3}$$

$$\Rightarrow x = 30 \quad \text{o} \quad x = \frac{-65}{3} \quad (\text{se descarta porque } x \text{ es cantidad de acciones})$$

$$a = 3, \quad b = -25, \quad c = -1950$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-25)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -1950 = 24025$$

Respuesta: Carlos había comprado 30 acciones y vendió 20.