



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



I EXAMEN PARCIAL 2013

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

Sábado 13 de abril de 2013

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

Fórmula 1

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (32 puntos) y la segunda es de desarrollo (18 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)

1. Un factor de la factorización completa de $(3x+1)^2 - x^2(2-x)^2$ es
- A) $x^4 + 5x^2 + 1$
 - B) $x^2 + 5x + 1$
 - C) $x^2 + x + 1$
 - D) $4x + 1$
2. Un factor de la factorización completa de $-x^4 + 10x^2 - 9$ es
- A) $-x^2 - 9$
 - B) $x - \sqrt{3}$
 - C) $x - 9$
 - D) $x - 3$
3. Al racionalizar el denominador de la expresión $\frac{xh}{\sqrt{x^2 - h} - x}$ y simplificar se obtiene
- A) $-x(\sqrt{x^2 - h} - x)$
 - B) $-x(\sqrt{x^2 - h} + x)$
 - C) $x(\sqrt{x^2 - h} + x)$
 - D) $x(\sqrt{x^2 - h} - x)$

4. Si $x \neq 4$, al simplificar la expresión $\frac{(x-4)^2 + x - 4}{x-4}$ se obtiene

A) $(x-4)^2 + 1$

B) $2x-8$

C) $x-3$

D) $x-4$

5. Si $x \neq 1$, el resultado de la operación $\frac{3x}{x-1} + \frac{2x+1}{1-x}$ es

A) 1

B) 0

C) $5x+1$

D) $\frac{x+1}{x-1}$

6. Si $x \neq \pm a$, $x \neq 0$ y $a \neq 0$, al simplificar $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x^2 - a^2}$ se obtiene

A) $\frac{1}{ax(x+a)}$

B) $\frac{-1}{ax(x+a)}$

C) $-ax(x+a)$

D) $ax(x+a)$

7. Para un número real positivo k , la solución de la ecuación $k(x+2) = 3-x$ es

A) $\frac{3-2k}{1+k}$

B) $\frac{3+2k}{1+k}$

C) $\frac{k}{1+k}$

D) $\frac{1}{1+k}$

8. Una solución de la ecuación $-3x^2 - 5x = -8$ es

A) $-\frac{8}{3}$

B) $-\frac{3}{8}$

C) $\frac{8}{3}$

D) -1

9. Una solución de la ecuación $-3x^2 - 5x + 7 = 0$ es

A) $\frac{5+\sqrt{109}}{6}$

B) $\frac{-5+\sqrt{109}}{6}$

C) $\frac{-5-\sqrt{109}}{3}$

D) $\frac{-5+\sqrt{109}}{3}$

10. La cantidad de soluciones positivas de la ecuación $2x^4 + x^3 - 8x^2 - 4x = 0$ es
- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3
11. La cantidad de soluciones racionales distintas de la ecuación $x^4 - x^3 - x^2 - x = 2$ es
- A) 0
 - B) 1
 - C) 2
 - D) 3
12. Si el conjunto solución de $\frac{x-a}{x^2+3x} = 0$ es vacío entonces el valor de a es
- A) 3
 - B) 1
 - C) 0
 - D) -3
13. El conjunto solución de $\frac{x-5}{x} = \frac{5}{-x}$ es
- A) $\{ \}$
 - B) $\{0\}$
 - C) $\{5\}$
 - D) $\{-10\}$

14. El conjunto solución de la ecuación $x^{-2} + 2x^{-1} - 3 = 0$ es

A) $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$

B) $\{1, -3\}$

C) $\left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$

D) $\{-1, -3\}$

15. De las siguientes ecuaciones:

I. $\sqrt{2x+1} = -3$

II. $\sqrt{-1-x} = 3$

¿Cuáles tienen solución en \mathbb{R} ?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solamente I

D) Solamente II

16. El conjunto solución de la ecuación $\sqrt{x^2 - 4} = 3$ es

A) $\{\sqrt{13}, -\sqrt{13}\}$

B) $\{13, -13\}$

C) $\{\sqrt{13}\}$

D) $\{5\}$

17. El conjunto solución de $\sqrt[3]{1-x^3} = x$ es

A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

B) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

C) $\left\{\frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right\}$

D) $\left\{-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right\}$

18. De las siguientes ecuaciones

I. $|3-2x|-4=1$

II. $3-|2x+1|=4$

¿Cuáles tienen solución en \mathbb{R} ?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solamente I

D) Solamente II

19. Si la ecuación $\frac{|3-2x|+a}{2} = 1$ tiene una única solución real entonces el valor de a es

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

20. Una solución de $\sqrt{(3-5x)^2} = 3$ es

A) $\frac{6}{5}$

B) $\frac{5}{6}$

C) $-\frac{6}{5}$

D) $-\frac{5}{6}$

21. El conjunto solución de $-2 + -3x > 2(x+1)$ es

A) $] -\infty, 0[$

B) $] -\infty, -4[$

C) $]\frac{-4}{5}, +\infty[$

D) $]\frac{-4}{5}, +\infty[$

22. Si $a < b$ el conjunto solución de $ax < bx + a$ es

A) $]\frac{a}{a-b}, +\infty[$

B) $]\frac{a}{b-a}, +\infty[$

C) $]\frac{a}{a-b}, +\infty[$

D) $]\frac{a}{b-a}, +\infty[$

23. El conjunto solución de $-3x^2 - 5x + 2 > 0$ es

A) $\left] -\frac{1}{3}, 2 \right[$

B) $\left] -2, \frac{1}{3} \right[$

C) $\left] -\infty, -2 \right[\cup \left] \frac{1}{3}, +\infty \right[$

D) $\left] -\infty, -\frac{1}{3} \right[\cup \left] 2, +\infty \right[$

24. Si la inecuación $ax^2 + 3x - 1 > 0$ no tiene soluciones reales entonces el valor de a puede ser cualquier número

A) negativo

B) positivo

C) mayor que $-\frac{9}{4}$

D) menor que $-\frac{9}{4}$

25. El conjunto solución de la inecuación $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 \geq 0$ es

A) $[-1, 3]$

B) $\left] -\infty, -1 \right] \cup \left] 3, +\infty \right[$

C) $\left] -\infty, -1 \right[\cup \left] 3, +\infty \right[$

D) $\left] -\infty, -1 \right] \cup \{1\} \cup \left] 3, +\infty \right[$

26. Si $x=1$ es solución de $(-px-2)^3(2x-1)^2 < 0$ entonces se puede asegurar con certeza que p es

- A) menor que 2
- B) mayor que 2
- C) menor que -2
- D) mayor que -2

27. El conjunto solución de la inecuación $\frac{5}{x-3} < \frac{4}{x+1}$ es

- A) $]-\infty, -17[\cup]-1, 3[$
- B) $]-\infty, -17[- \{-1, 3\}$
- C) $]-\infty, -1[\cup]3, 7[$
- D) $]-\infty, -17[$

28. La inecuación $\frac{3}{x-2} < \frac{1-x}{x-2}$ es equivalente a

- A) $3(x-2) < (1-x)(x-2)$
- B) $\frac{2+x}{x-2} < 0$
- C) $2+x < 0$
- D) $1 < 0$

29. ¿Cuántos números enteros n cumplen con la condición $|n| > 3$ y también con la condición $|n| \leq 5$?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

30. El conjunto solución de la inecuación $|7 - 2x| \geq 11$ es

- A) $[-9, 2]$
- B) $[-2, 9]$
- C) $]-\infty, -2] \cup [9, +\infty[$
- D) $]-\infty, -9] \cup [-2, +\infty[$

31. Analice las siguientes proposiciones:

I. Si $|y| > 4$ entonces $y > 4$

II. Si $|y| < 4$ entonces $y > -4$

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solamente I
- D) Solamente II

32. La desigualdad $|3x-4| < 2$ es equivalente a

A) $\frac{2}{3} < x < 2$

B) $-3 < x < -\frac{2}{3}$

C) $x > 2$ ó $x < -2$

D) $x < \frac{2}{3}$ ó $x > 2$

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



I EXAMEN PARCIAL 2013

PRECÁLCULO – DÉCIMO AÑO

NOMBRE COMPLETO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 18 puntos. 6 puntos cada uno.)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

PREGUNTA	Puntos obtenidos
1	
2	
3	
TOTAL	

1. Resuelva la siguiente operación. Exprese el resultado en su forma más simple.

$$\frac{6-2x}{x^2-x-6} \div \frac{-1-x}{x^2+4x+4} + \frac{2x^3-2x^2+2x}{x^3+1}$$

2. Una piscina de forma rectangular está rodeada por una acera de ancho uniforme cuya área es 400 m^2 . Si las dimensiones de la alberca son 20 m por 55m, determine el ancho de la acera.

3. Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{x-2}{x+3} \geq \frac{x+3}{x-2}$$

--FIN DE LA PRUEBA--

SOLUCIÓN DE LA PRIMERA PARTE

1 C	2 D	3 B	4 C	5 A	6 B	7 A	8 A
9 B	10 B	11 C	12 D	13 A	14 C	15 D	16 A
17 C	18 C	19 D	20 A	21 D	22 A	23 C	24 D
25 D	26 D	27 A	28 B	29 D	30 C	31 D	32 A

SOLUCIÓN DE LA SEGUNDA PARTE

1. Resuelva la siguiente operación. Exprese el resultado en su forma más simple.

$$\begin{aligned} \frac{6-2x}{x^2-x-6} \div \frac{-1-x}{x^2+4x+4} + \frac{2x^3-2x^2+2x}{x^3+1} \\ \frac{-2(x-3)}{(x-3)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{-(x+1)} + \frac{2x(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \\ = \frac{2(x+2)}{(x+1)} + \frac{2x}{(x+1)} = \frac{4x+4}{(x+1)} = 4 \end{aligned}$$

2. Una piscina de forma rectangular está rodeada por una acera de ancho uniforme cuya área es 400 m^2 . Si las dimensiones de la alberca son 20 m por 55m, determine el ancho de la acera.

Sea k el ancho de la acera. Las dimensiones, en metros, del rectángulo que se determina al considerar la piscina y la acera son $2k + 20$ y $2k + 55$, por lo tanto, el área de la acera es:

$$(2k + 20)(2k + 55) - 20 \cdot 55 = 400$$

Al resolver esta ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned} 4k^2 + 150k - 400 &= 0 \\ 2k^2 + 75k - 200 &= 0 \\ (2k - 5)(k + 40) &= 0 \\ k &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el ancho de la acera es 2,5 m.

3. Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{x-2}{x+3} \geq \frac{x+3}{x-2}$$

$$\frac{x-2}{x+3} - \frac{x+3}{x-2} \geq 0$$

$$\frac{(x-2)^2 - (x+3)^2}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

$$\frac{[(x-2)-(x+3)][(x-2)+(x+3)]}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

$$\frac{(-5)(2x+1)}{(x-2)(x+3)} \geq 0$$

$$\frac{2x+1}{(x-2)(x+3)} \leq 0$$

Al analizar los signos de los factores se obtiene que el conjunto solución es: $]-\infty, -3[\cup \left[-\frac{1}{2}, 2\right[$