



Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2010

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>
tel. (506) 2511-4528

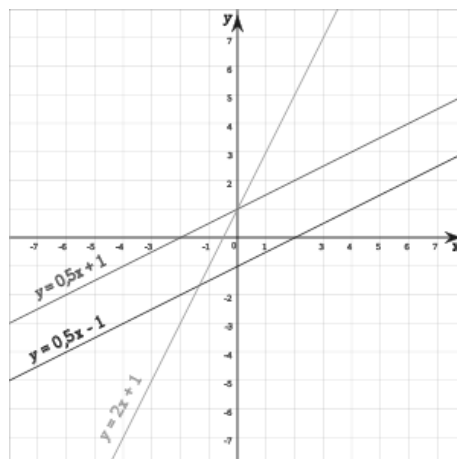


MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL -Décimo Año-

II EXAMEN PARCIAL 2010

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 19 de junio de 2010

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección y está constituida por 36 ítems, la segunda es de complete y la conforma 1 ítem, y la tercera es de desarrollo y la conforman 2 ítems.
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 36 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Analice las siguientes relaciones:

I. $g : \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}$ con gráfico $G = \{(1, 7), (2, 7), (3, 7)\}$

II. $p : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ con gráfico $G = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$

¿Cuáles de las relaciones anteriores corresponden a funciones?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

2. Analice las siguientes relaciones:

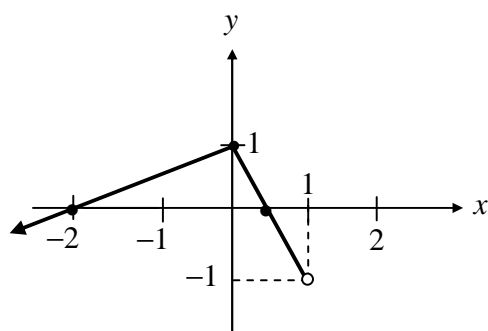
I. $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$, con $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

II. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, con $f(x) = -x^3$

¿Cuáles de las relaciones anteriores corresponden a funciones?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

3. Analice la gráfica de la función f .



De acuerdo con los datos de la gráfica, considere las siguientes proposiciones.

I. 0 tiene dos preimágenes.

II. 1 es un elemento del ámbito de f .

De ellas, ¿cuáles son **verdaderas**?

(A) Sólo la I

(B) Sólo la II

(C) Ambas

(D) Ninguna

4. El dominio máximo de $f(x) = \frac{1}{x(x+2)^3}$ es

(A) $\mathbb{R} - \{0\}$

(B) $\mathbb{R} - \{-2\}$

(C) $\mathbb{R} - \{0, -2\}$

(D) $\mathbb{R} - \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

5. Considere la función $f: \mathbb{R} - \{7\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{-x}{-7+x}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La imagen de 0 es -7

II. La preimagen de -5 es un número negativo

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

(A) Sólo la I

(B) Sólo la II

(C) Ambas

(D) Ninguna

6. Si $f(x) = \frac{x}{x+1}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x}$ entonces $(f \circ g)(x)$ es igual a

(A) $\frac{x-1}{2x-1}$

(B) $\frac{2x-1}{x-1}$

(C) $\frac{-1}{x}$

(D) $-x$

7. Si $f(x) = \frac{x}{x-2}$ y $g(x) = \frac{x+2}{x}$ entonces el dominio máximo de $g \circ f$ corresponde a

(A) $\mathbb{R} - \{2\}$

(B) $\mathbb{R} - \{0, 2\}$

(C) $\mathbb{R} - \{0, 2, -2\}$

(D) $\mathbb{R} - \{0, -2\}$

8. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow B$, $f(x) = -x^2 - 8$ para que f sea sobreyectiva el codominio puede ser

- (A) \mathbb{R}
- (B) \mathbb{R}^+
- (C) $]-\infty, 0]$
- (D) $]-\infty, -8]$

9. Considere las siguientes funciones

$$f :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \text{ con } f(x) = 2x - 3$$

$$g :]-\infty, 0] \longrightarrow]-\infty, 0] \text{ con } g(x) = x^3$$

$$h : [2, 5] \longrightarrow [4, 25] \text{ con } h(x) = x^2$$

De las anteriores funciones son biyectivas

- (A) la f y la g
- (B) la f y la h
- (C) la g y la h
- (D) todas

10. El dominio máximo de $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x}$

- (A) $[-2, 4]$
- (B) $]4, +\infty[$
- (C) $[4, +\infty[$
- (D) $]-\infty, -2] \cup [4, +\infty[$

11. El máximo dominio de la función $H(x) = \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}$ es

- (A) $[-2, 1[$
- (B) $] -2, 1[$
- (C) $] -\infty, -2] \cup] 1, +\infty [$
- (D) $] -\infty, -2] \cup [1, +\infty [$

12. Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 8$. Entonces, el criterio de la función inversa de f corresponde a

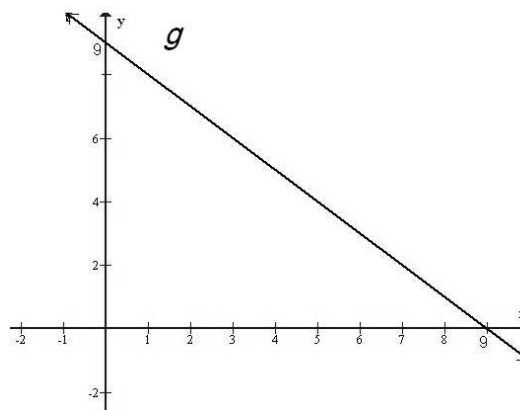
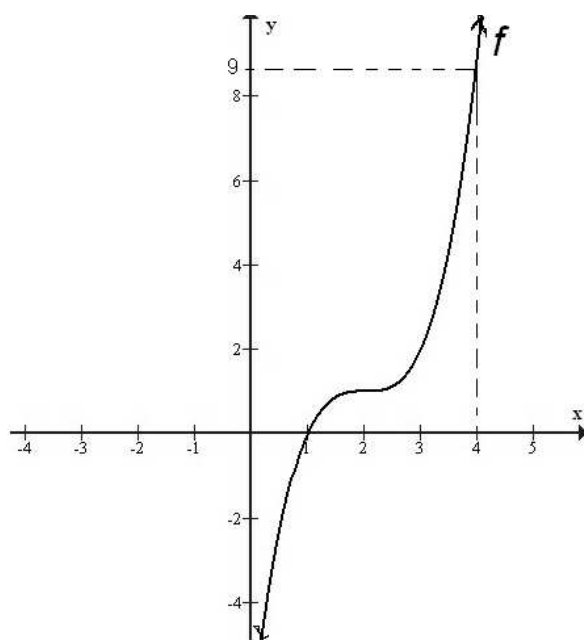
- (A) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 8$
- (B) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} + 8$
- (C) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-8}$
- (D) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+8}$

13. Considere la siguiente función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < -3 \\ |x - 2| & \text{si } -3 \leq x \leq 2, \\ 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$,

entonces la expresión $f(5) \cdot f(-4) + f(-1)$ es igual a

- (A) 313
- (B) 403
- (C) 307
- (D) -327

14. Analice las siguientes gráficas:



De acuerdo con las gráficas anteriores, el valor de $(g \circ f)(4)$ es igual a

- (A) -1
- (B) -4
- (C) 5
- (D) 0

15. Si $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 5 + a$, donde $a \in \mathbb{N}$, entonces, es correcto que

- (A) $f(-5) = 0$
- (B) $f(3) > f(2)$
- (C) $f(2) > f(3)$
- (D) $f(3) = f(2)$

16. Si $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ entonces la preimagen de -1 es
- (A) 0
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{3}{2}$
- (D) $\frac{-3}{2}$
17. Considere una función lineal $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ y $f^{-1}(3) = \frac{-1}{2}$, entonces el criterio de f^{-1} corresponde a
- (A) $f^{-1}(x) = -2x + 2$
- (B) $f^{-1}(x) = \frac{2-x}{2}$
- (C) $f^{-1}(x) = \frac{-5x}{3} + \frac{13}{6}$
- (D) $f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} + \frac{13}{6}$
18. En un rectángulo el largo mide 5 cm menos que el doble del ancho. Si x representa la medida de ancho entonces la medida de la diagonal d en función de x es
- (A) $d(x) = \sqrt{x^2 + (2x-5)^2}$
- (B) $d(x) = \sqrt{(2x-5)^2 - x^2}$
- (C) $d(x) = \sqrt{x^2 + (2x+5)^2}$
- (D) $d(x) = x^2 + (2x-5)^2$

19. La ecuación que define la recta que pasa por $(3,0)$ y que tiene pendiente 5 es

- (A) $y - 5x = -15$
- (B) $y + 5x = 15$
- (C) $y - 5x = 0$
- (D) $y = 5x + 3$

20. Si $(-2,3)$ y $(-5,-8)$ pertenecen al gráfico de $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + b$, entonces $m + b$ es igual a

- (A) $\frac{54}{7}$
- (B) $\frac{20}{3}$
- (C) 14
- (D) $\frac{250}{21}$

21. Si $(0,-5)$ y $(2,-7)$ pertenecen al gráfico de una función lineal f , entonces $f(-3)$ es igual a

- (A) -2
- (B) -8
- (C) 2
- (D) 8

22. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{-4x+7}{3}$ y analice las siguientes proposiciones:

I. La gráfica de f interseca al eje x en $\left(\frac{-7}{4}, 0\right)$

II. $(1,1)$ pertenece al gráfico de f

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

23. El ámbito de una función es $]-\infty, -3]$ y su criterio es $f(x) = -7x + 3$. ¿Cuál es el dominio de dicha función?

- (A) $\left[\frac{6}{7}, +\infty\right[$
- (B) $\left]-\infty, \frac{6}{7}\right]$
- (C) $]-\infty, 24]$
- (D) $[24, +\infty[$

24. Si M es el punto medio de \overline{AB} , $M(-7, -1)$ y $A(-2, 5)$ entonces el punto B corresponde a

- (A) $\left(\frac{-9}{2}, 2\right)$
- (B) $(-12, -7)$
- (C) $(12, 7)$
- (D) $\left(\frac{-5}{2}, -3\right)$

25. Si $A(-1,1)$, $B(2,4)$, $C(2,1)$ y $D(-1,-2)$ entonces la medida del lado \overline{AB} del paralelogramo $ABCD$ es

- (A) 3
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) $3\sqrt{2}$
- (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

26. Si ℓ es una recta que contiene los puntos $(8,-5)$ y $(2,-7)$ entonces una recta perpendicular a ℓ debe tener pendiente

- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) -3
- (C) $-\frac{1}{2}$
- (D) $-\frac{1}{3}$

27. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + b$. Si se cumple que $f(-3) > 0$ y $f(2) < 0$ analice las siguientes proposiciones:

I. $f(-10) > f(2010)$

II. $f(0) < 0$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son, **con certeza** verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

28. Si (a, b) es el punto de intersección de las rectas $2x - 3y = -5$ y $\frac{-5x + 2y}{7} = 1$ entonces $a + b$ es igual a

- (A) 2
- (B) 1
- (C) 0
- (D) -1

29. Un valor de " k " para que la recta cuya ecuación es $5kx - 3y = 4$ sea perpendicular a la recta determinada por $-5k^2y + 12x = -2$ corresponde a

- (A) $-\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) -4
- (D) 4

30. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = -5 + 3x^2 - 2x$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. Si (m, n) es el vértice, entonces $m + n = -5$
- II. La gráfica de f interseca al eje y en $(-5, 0)$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

31. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = -x^2 - 3x + 10$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. La gráfica de f interseca al eje x una vez
- II. 10 tiene 2 preimágenes

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

32. Un intervalo donde la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + 12 - 5x$ es creciente corresponde a

(A) $\left]-\infty, \frac{5}{4}\right]$

(B) $\left[-71, +\infty\right[$

(C) $\left[-2, \frac{5}{4}\right]$

(D) $\left[\frac{3}{2}, 7\right]$

33. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -(x+2)^2 + b$ con $b < 0$. Entonces, un elemento del ámbito de f corresponde a

(A) 0

(B) 1

(C) $b+1$

(D) $b-1$

34. Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 - 4x - 3$, entonces $f(x) < 0$ en el siguiente conjunto

(A) $]1, 3[$

(B) $] -3, -1[$

(C) $] -\infty, 1[\cup] 3, +\infty[$

(D) $] -\infty, -3[\cup] -1, +\infty[$

35. Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - x - 3$, entonces su gráfica interseca al eje X en el (los) punto (s)
- (A) $(0,0)$
- (B) $(3,0)$
- (C) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ y $(-1,0)$
- (D) $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$ y $(1,0)$
36. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$. Si el vértice de f es $(-1, -3)$ y $c > 0$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- (A) La gráfica de f no interseca al eje X .
- (B) El ámbito de f es $[-3, +\infty[$.
- (C) f es cóncava hacia abajo.
- (D) f es creciente en $]-\infty, -1]$.

-fin-

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM - 2010
MA-0125 Matemática Elemental – Décimo Año



SEGUNDO EXAMEN PARCIAL - Sábado 19 de junio

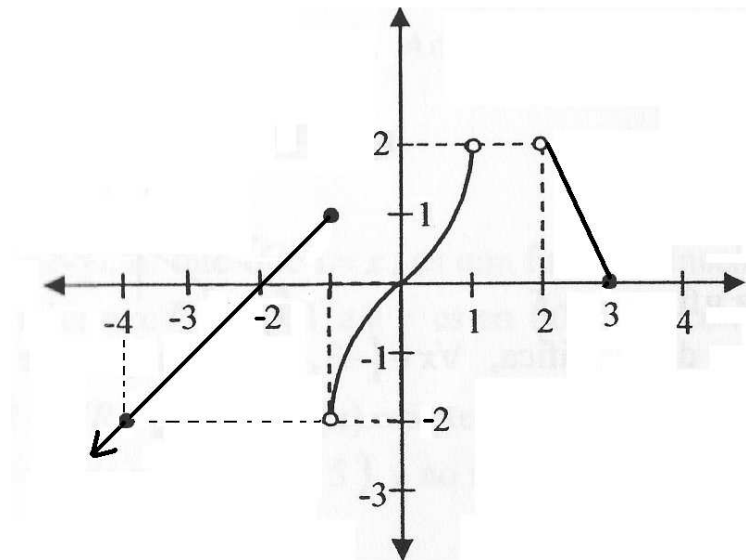
Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

PREGUNTA	Puntos obtenidos
Análisis de gráfica	
Desarrollo 1	
Desarrollo 2	
TOTAL	

SEGUNDA PARTE. ANÁLISIS DE GRÁFICA (Valor 7 puntos)

A continuación se le presenta una gráfica, escriba en el espacio indicado lo que se le solicita.



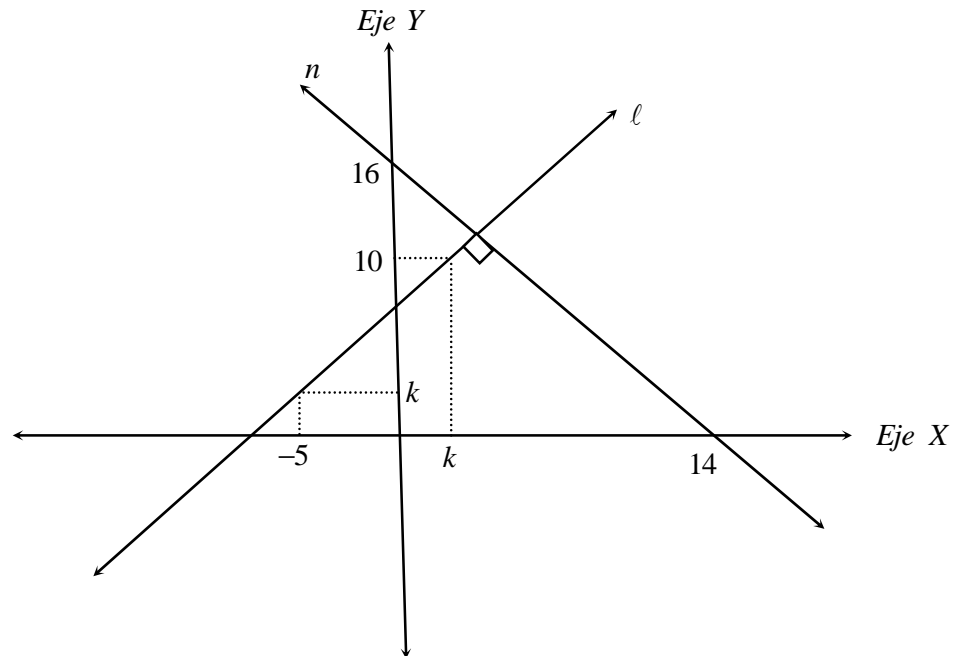
- El ámbito de f corresponde a _____
- El dominio de f corresponde a _____
- El conjunto solución de $f(x) < 0$ corresponde a _____
- El número de preimágenes de 1 es igual a _____
- $f(x) < -2$ si x pertenece al conjunto _____
- La imagen de -2 es igual a _____
- El número de cortes con el eje x es igual a _____

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 10 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta. Cada problema tiene un valor de 5 puntos.

1. Un granjero dispone de 750 metros de alambre para cercar una región rectangular y después dividirla en cuatro corrales con cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo.
 - a. Escriba el criterio de una función que represente el área de la región.
 - b. Determine las dimensiones de la región rectangular que producen el área máxima.
 - c. Determine el área máxima que se puede encerrar entre los cuatro corrales juntos.

2. De acuerdo con los datos de la figura, determine la ecuación de la recta ℓ .



—fin—