



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica

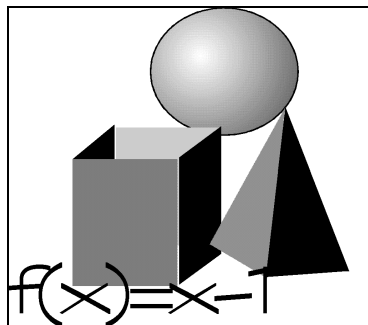


MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL
-Décimo Año-

II EXAMEN PARCIAL 2012

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 16 de junio de 2012

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (34 puntos), la segunda es de análisis de gráfica (9 puntos) y la tercera es de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 34 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Los elementos del conjunto M son pares ordenados que determinan una relación entre los elementos de los conjuntos $D = \{-2, -1, 0, 1\}$ y $K = \{4, 5, 8\}$. Si esta relación es una función con dominio D , entonces el conjunto M puede ser

- (A) $M = \{(8, -1), (5, 1), (4, -2)\}$
(B) $M = \{(-2, 4), (1, 8), (-1, 4)\}$
(C) $M = \{(4, 0), (5, -1), (8, -2), (4, 1)\}$
(D) $M = \{(-2, 5), (0, 8), (-1, 4), (1, 8)\}$

2. Analice las siguientes relaciones :

$$f : \left[0, \frac{1}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{-8}{x^2 - x}$$
$$g :]-5, -1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \sqrt[4]{7 - 2x}$$

¿Cuáles de las relaciones anteriores son funciones?

- (A) Sólo f
(B) Sólo g
(C) Ambas
(D) Ninguna

3. Si el punto $(2, a)$ pertenece a la gráfica de la función f , cuyo criterio es $f(x) = \frac{x-3}{5}$, entonces el valor de a es

- (A) -5
(B) $-\frac{1}{5}$
(C) $\frac{7}{4}$
(D) 13

4. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \sqrt[3]{x} - 2$ y analice las siguientes proposiciones

- I. -4 es la imagen de -8
- II. La preimagen de -7 es positiva.

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Solo I
- (B) Solo II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

5. Sea la función $g:]-1,5] \rightarrow \mathbb{R}$, cuyo criterio es $g(x) = x^2 - x - 6$, entonces la gráfica de g interseca el eje X en

- (A) $(3,0)$
- (B) $(0,-6)$
- (C) $(-2,0)$ y $(3,0)$
- (D) $(0,-2)$ y $(3,0)$

6. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (k-2)x - k$. Si $(-1,8)$ pertenece al gráfico de la función f entonces se cumple que

- (A) f es la función identidad
- (B) f es una función constante
- (C) f es estrictamente creciente
- (D) f es estrictamente decreciente

7. Si $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función creciente en el intervalo $[-5,4]$, entonces con certeza NO puede suceder que

- (A) $h(-4) < h(0)$
- (B) $h(2) < h(7)$
- (C) $h(-2) < h(-3)$
- (D) $h(-6) < h(1)$

8. El dominio máximo de la función f de criterio $f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{x+7}$ corresponde a

- (A) $\mathbb{R} - \{7\}$
- (B) $]-\infty, 5]$
- (C) $]-\infty, 5] - \{-7\}$
- (D) $[5, +\infty[\cup \{-7\}$

9. El dominio máximo de la función g de criterio $g(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$ corresponde a

- (A) $]-\infty, 1[\cup]2, +\infty[$
- (B) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$
- (C) $\mathbb{R} - [1, 2]$
- (D) \mathbb{R}

10. Una función inyectiva corresponde a

- (A) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^4$
- (B) $n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, n(x) = |x| - 4$
- (C) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x^3 - 1$
- (D) $m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, m(x) = (x+2)^2$

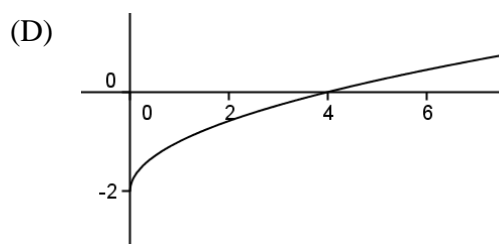
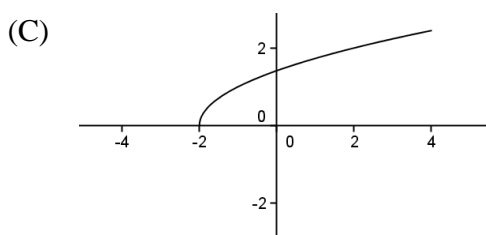
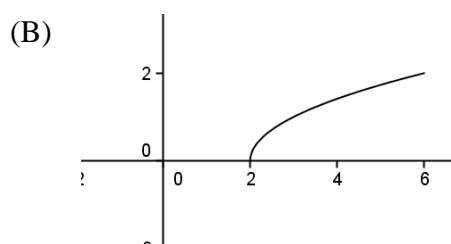
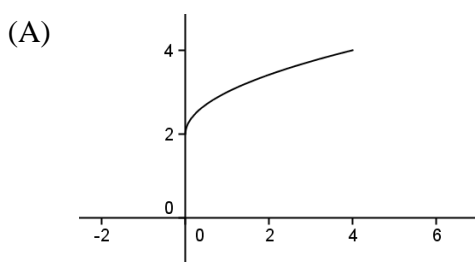
11. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow A$, con $f(x) = x^2 + 3$. Para que f sea sobreyectiva A debe ser

- (A) $]-\infty, 3[$
- (B) $[3, +\infty[$
- (C) \mathbb{R}^+
- (D) \mathbb{R}

12. ¿Cuál de las siguientes funciones es biyectiva?

- (A) $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$
- (B) $f: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$
- (C) $f: [0, +\infty[\rightarrow]-\infty, 0], f(x) = -x^3$
- (D) $f: \mathbb{R} \rightarrow [1, +\infty[, f(x) = (x-3)^2 + 1$

13. La gráfica de la función h definida por $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \sqrt{x} - 2$, corresponde a



14. Si f es una función biyectiva de dominio \mathbb{R}^- tal que $f(x) = 2|x| - 3$, entonces $f^{-1}(2)$ es igual a

- (A) $-\frac{5}{2}$
- (B) -3
- (C) $\frac{5}{2}$
- (D) $\frac{1}{3}$

15. Si f es biyectiva con criterio $f(x) = \frac{7}{5x-2}$, entonces el criterio de f^{-1} corresponde a

- (A) $f^{-1}(x) = \frac{9}{5x}$
- (B) $f^{-1}(x) = \frac{5x-2}{7}$
- (C) $f^{-1}(x) = \frac{35}{x+10}$
- (D) $f^{-1}(x) = \frac{7+2x}{5x}$

16. Considere las funciones f y g definidas en su respectivo dominio máximo, tales que

$f(x) = x^2 - 3x - 4$ y $g(x) = \sqrt{x}$. La función $\frac{g}{f}$ tiene como dominio máximo al conjunto

- (A) \mathbb{R}^+
- (B) $\mathbb{R} - \{-1, 4\}$
- (C) $[0, +\infty[- \{4\}$
- (D) $[0, +\infty[- \{1, 4\}$

17. Si $f(x) = x + \sqrt{x-2}$ y $g(x) = x^2 - 7$, entonces $(f \circ g)(x)$ es igual a

- (A) $x^2 + x - 9$
- (B) $x^2 + x - 10$
- (C) $x^2 - 7 + \sqrt{x^2 - 9}$
- (D) $(x + \sqrt{x-2})^2 - 7$

18. Si f y g son funciones definidas en su dominio máximo tales que $(g \circ f)(x) = (x-1)^2 + 5x - 5$ y $f(x) = x - 1$, entonces $g(x)$ es igual a

- (A) $x^2 + 5x$
- (B) $5x - 1$
- (C) $5x - 5$
- (D) $x^2 - 1$

19. Si g es una función con dominio $]-2, 3]$ y criterio $g(x) = 2 - 5x$, entonces un elemento de su rango es

- (A) -14
- (B) -8
- (C) 12
- (D) 15

20. Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, es una función lineal tal que $f(4) = -1$ y $f(-2) = 3$ entonces su criterio está dado por

- (A) $f(x) = -2x + 7$
- (B) $f(x) = \frac{-3x + 5}{7}$
- (C) $f(x) = -3x + 11$
- (D) $f(x) = \frac{-2x + 5}{3}$

21. Dos vértices consecutivos de un rombo $ABCD$ son los puntos $A(-3,2)$ y $B(1,-1)$, entonces el perímetro del rombo mide

- (A) 20
- (B) 25
- (C) $4\sqrt{5}$
- (D) $44\sqrt{29}$

22. Considere $h:]-3,1[\rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{x}{4} - 3$, entonces se puede afirmar que

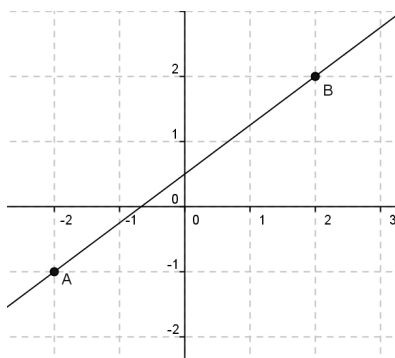
- (A) $h(x) < 0$ en todo su dominio
- (B) el ámbito de h es $\left[\frac{-15}{4}, \frac{-11}{4} \right]$
- (C) la gráfica de h interseca el eje Y en $(0,3)$
- (D) la gráfica de h interseca el eje X en $(12,0)$

23. Si $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (-2a+10)x+13$ es una función lineal decreciente, entonces un valor de a puede ser

- (A) -5
- (B) -1
- (C) 4
- (D) 7

24. Considerando la gráfica adjunta se puede afirmar que la pendiente de la recta AB es

- (A) 4
- (B) $\frac{3}{4}$
- (C) $\frac{4}{3}$
- (D) $\frac{1}{4}$

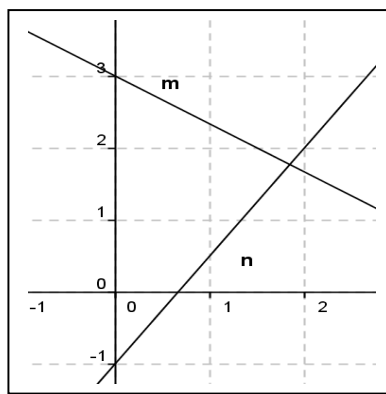


25. La ecuación de la recta paralela a $2y - 3x = -4$ que contiene el punto $(-2, 0)$ es

- (A) $y + 3x = -6$
- (B) $3y - 2x = 4$
- (C) $3y - x = 2$
- (D) $2y - 3x = 6$

26. Considere la gráfica adjunta. Si $m \perp n$, la ecuación que define la recta m es

- (A) $3x + 2y = 6$
- (B) $3y + 2x = 9$
- (C) $2y - 3x = 6$
- (D) $-3x - 2y = 5$



27. El punto de intersección de las rectas $4x - 5y = 0$ y $3x - 2y = 1$ se ubica en el siguiente cuadrante

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV

28. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 4x - 3x^2 - 2$, entonces el conjunto solución de $f(x) < 0$ es

- (A) \emptyset
- (B) \mathbb{R}
- (C) $\mathbb{R} - \{-2\}$
- (D) $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$

29. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuadrática. Si la gráfica de f interseca el eje X en $(-5,0)$ y $(-2,0)$ entonces un criterio para f puede ser

(A) $f(x) = x^2 + 7x + 10$

(B) $f(x) = x^2 + 3x - 10$

(C) $f(x) = x^2 - 3x - 10$

(D) $f(x) = x^2 + x + 10$

30. Para que la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (9 - a^2)x^2 + 3x - 1$ tenga un punto máximo, entonces el valor de a puede ser

(A) -3

(B) -1

(C) $\sqrt{5}$

(D) $\sqrt{10}$

31. Si el punto máximo de $f(x) = ax^2 + bx - 10$ es $(-1, -9)$ entonces el valor a es

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) -1

(C) 1

(D) 2

32. Sea $g : [-1, 4[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 2 - (x - 1)^2$, entonces su ámbito es

(A) $[-2, 2]$

(B) $] -7, 2]$

(C) $[-7, -2[$

(D) $] -\infty, 2]$

33. La función $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = (3x-1)(2-x)$ es decreciente en el intervalo

(A) $\left] -\infty, -\frac{25}{12} \right[$

(B) $\left] -\frac{25}{12}, +\infty \right[$

(C) $\left] \frac{7}{6}, +\infty \right[$

(D) $\left] -\infty, \frac{7}{6} \right[$

34. Los ingresos mensuales de un fabricante de zapatos están dados por la función $I(z) = 1000z - 2z^2$, donde z es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes. ¿Qué cantidad de pares debe fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?

(A) 250

(B) 500

(C) 62 500

(D) 125 000

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica

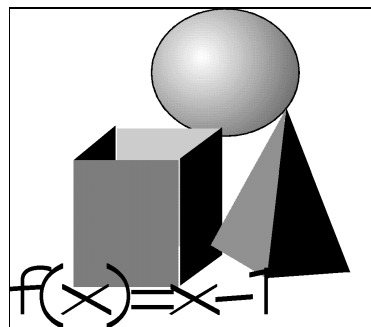


SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 2012 - Sábado 16 de junio

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

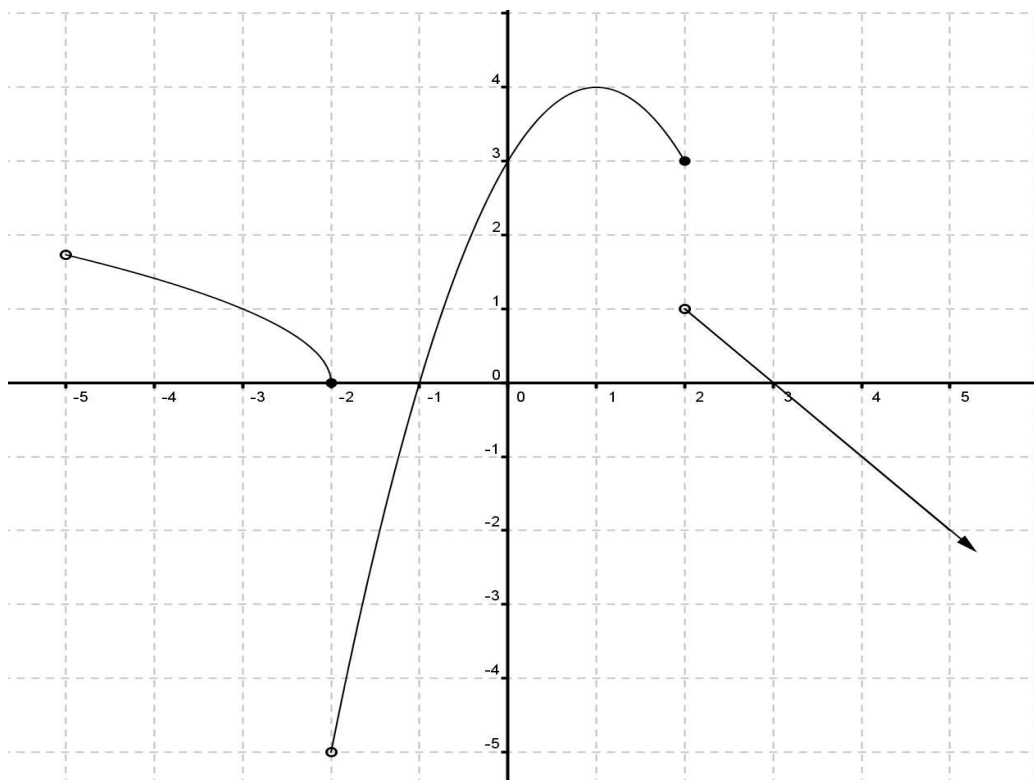
COLEGIO: _____

| PREGUNTA | Puntos obtenidos |
|--------------|------------------|
| AG | |
| D1 | |
| D2 | |
| TOTAL | |



SEGUNDA PARTE. ANÁLISIS DE GRÁFICA (Valor 9 puntos)

A continuación se le presenta la gráfica de una función f , escriba en el espacio indicado lo que se le solicita.



- El dominio de f es igual a _____
- El ámbito de f es igual a _____
- El conjunto solución de la inecuación $f(x) < 0$ corresponde a _____
- El conjunto solución de la inecuación $f(x) > 3$ corresponde a _____
- Un intervalo donde f es creciente corresponde a _____
- La cantidad de cortes de la gráfica de f con el eje X corresponde a _____
- La cantidad de preimágenes de 1 es igual a _____
- La imagen de -2 es igual a _____
- Si $f(x) \in [0, 3]$ entonces x pertenece al intervalo _____

2. Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ y $g: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

- Grafique f y g en el plano cartesiano que se le proporciona. (5 puntos)
- Determine el par ordenado del punto de intersección de las gráficas de f y g . Indíquelo en la gráfica. (4 puntos)
- Determine la ecuación de la recta perpendicular a la gráfica de f y que pasa por el punto de intersección de f y g . (3 puntos)

