



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica

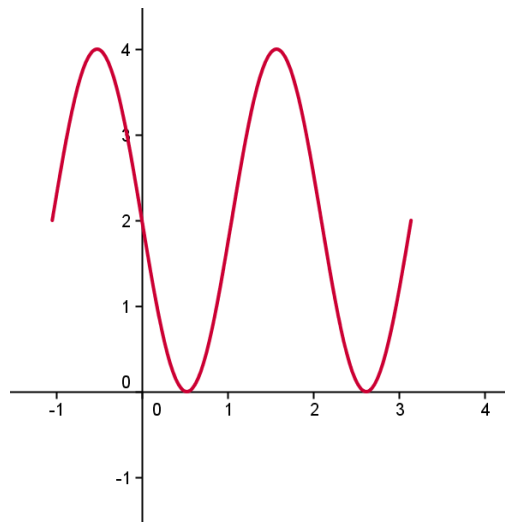


MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL
-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2012

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 17 de noviembre

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (32 puntos) y la segunda es de desarrollo (18 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Un punto que pertenece a la circunferencia trigonométrica es

(A) $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{2}\right)$

(B) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{\sqrt{4}}{3}\right)$

(C) $\left(\sqrt{\frac{3}{5}}, \frac{2\sqrt{10}}{10}\right)$

(D) $\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$

2. Al número real $\frac{22\pi}{3}$ le corresponde, en la circunferencia trigonométrica, el mismo punto que al número real

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{14\pi}{3}$

(D) $\frac{28\pi}{3}$

3. Si $P(x, y)$ es un punto sobre la circunferencia trigonométrica, considere las siguientes afirmaciones

I. $|x| \leq 1$

II. $x + y \leq 1$

De ellas son verdaderas

- (A) Sólo I
- (B) Sólo II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

4. El punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real $-\frac{5\pi}{3}$ es

(A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(B) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

(C) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

(D) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

5. Si el punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real t es

$\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ entonces se puede afirmar que $2 - \cos t$ es igual a

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2$

(D) $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

6. El par ordenado correspondiente al punto de la circunferencia trigonométrica asociada al número real $\frac{14\pi}{3}$

(A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

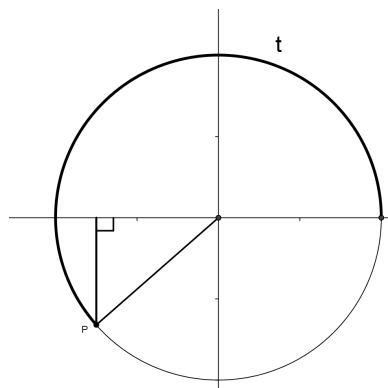
(B) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

7. Considere la siguiente figura

De acuerdo con los datos de la figura, si P es el punto de la circunferencia trigonométrica asociada al número t y las coordenadas de P son $\left(\frac{-3}{\sqrt{10}}, \frac{-1}{\sqrt{10}}\right)$ entonces el valor de $\text{sen}(t - \pi)$ es



(A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(C) $\frac{-3}{\sqrt{10}}$

(D) $\frac{-1}{\sqrt{10}}$

8. El resultado de $\text{sen}^2\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + \tan^2\left(\frac{13\pi}{6}\right)$ es

(A) $\frac{-1}{6}$

(B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{7}{2}$

(D) $\frac{5}{2}$

9. El punto de coordenadas $(\cos(5\pi), \cot(2))$ se ubica en el siguiente cuadrante

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV

10. Si $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ y $\sec \alpha = \frac{-7}{6}$ entonces $\tan \alpha$ es igual

- (A) $-\frac{7}{6}$
- (B) $\frac{6}{7}$
- (C) $\frac{\sqrt{13}}{6}$
- (D) $\frac{\sqrt{13}}{7}$

11. El valor de $\operatorname{sen}\left(\frac{8\pi}{3}\right)$ es igual a

- (A) $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)$
- (B) $\cos\left(\frac{7\pi}{3}\right)$
- (C) $\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)$
- (D) $\operatorname{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

12. La expresión $\cos\left(\frac{16\pi}{6}\right)$ es igual a

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{-1}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

13. Si $0 < \alpha < 2\pi$, $\tan \alpha = -1$ y $\sec \alpha < \cos \alpha$ entonces el número real que le corresponde a α es

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{3\pi}{2}$

(D) $\frac{7\pi}{4}$

14. Considere la función f definida en su dominio máximo y con codominio \mathbb{R} , cuyo criterio es $f(x) = \csc(x)$ entonces una asíntota de la gráfica de f corresponde a

(A) $x = \frac{-3\pi}{2}$

(B) $x = \frac{3\pi}{4}$

(C) $x = 5\pi$

(D) $x = 1$

15. Un intervalo donde es decreciente la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -\cos x$ es

- (A) $[0, \pi]$
- (B) $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$
- (C) $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- (D) $\left[\frac{-3\pi}{2}, -\pi\right]$

16. Considere las siguientes proposiciones referidas a la función f dada por $f(x) = \cot x$

- I. El ámbito es $[-1, 1]$
- II. Si $x = \frac{\pi}{2}$ entonces $f(x) = 0$

De ellas son verdaderas

- (A) Ambas
- (B) Ninguna
- (C) Solo la I
- (D) Solo la II

17. El periodo de la función $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \text{sen}\left(\frac{6x}{5} + \frac{3\pi}{4}\right) + 5$ corresponde a

- (A) $\frac{\pi}{5}$
- (B) $\frac{3\pi}{5}$
- (C) $\frac{5\pi}{3}$
- (D) $\frac{24\pi}{15}$

18. Las siguientes proposiciones se refieren a la función trigonométrica f , dada por

$$f : \left[\frac{-\pi}{2}, \pi \right] \rightarrow [-1, 1], \text{ con } f(x) = \text{sen}x$$

- I. El ámbito de f es $[-1, 1]$
- II. Interseca el eje X en dos puntos.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) Ambas
- (B) Ninguna
- (C) Solo la I
- (D) Solo la II

19. Analice las siguientes proposiciones

- I. $\cos(32) = (\cos 16 + \text{sen} 16)(\cos 16 - \text{sen} 16)$
- II. $\text{sen}(29) \cdot \cos(29) = \frac{\text{sen}(58)}{2}$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Ambas
- (B) Ninguna
- (C) Solo la I
- (D) Solo la II

20. La expresión $\text{sen}(x) \cdot \csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ es equivalente a

- (A) 1
- (B) $\tan(x)$
- (C) $\cot(x)$
- (D) $\text{sen}(x) \cdot \cos(x)$

21. La expresión $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ es equivalente a

(A) $\tan(x) + \sqrt{3}$

(B) $\frac{3\tan(x) + \sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{\tan(x) + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}\tan x}$

(D) $\frac{3\tan x + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}\tan x}$

22. La expresión $\csc(x) - \cos(x) \cdot \cot(x)$ es igual a

(A) $\cos(x)$

(B) $\sen(x)$

(C) $\cos(x)[1 - \cot(x)]$

(D) $\cos(x) - \sen(x) \cdot \tan(x)$

23. Al simplificar la expresión $\frac{1}{1 + \sen(x)} - \frac{1}{1 - \sen(x)}$ se obtiene

(A) 0

(B) $-2\tan^2(x)$

(C) $-2\tan(x) \cdot \sec(x)$

(D) $-2\tan(x) \cdot \csc(x)$

24. El valor numérico de $\arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ corresponde a

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{5\pi}{6}$

25. Para que la función $f: [-1,0] \rightarrow A$ definida por $f(x) = \arccos(x)$ sea biyectiva, el conjunto A debe ser igual a

(A) $[-1,1]$

(B) $[0,\pi]$

(C) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

(D) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

26. El valor numérico de $\cos^{-1}\left[\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right]$ corresponde a

(A) $\frac{-\pi}{4}$

(B) $\frac{-3\pi}{4}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{5\pi}{4}$

27. El valor numérico de $\cos\left[2\left(\arctan(\sqrt{3})\right)\right]$ es

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $-\frac{1}{2}$

(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

28. La expresión $\cos\left[\arcsen\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)\right]$ es igual a

(A) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

(B) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

29. El conjunto de solución de $\tan(x) = 2 - \tan(x)$ en $[0, 2\pi]$, corresponde a

(A) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$

(B) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

(C) $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$

(D) $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

30. En $]0, 2\pi]$, el conjunto de solución de la ecuación $\operatorname{sen}(x) \cdot \tan(x) = -\sqrt{3} \operatorname{sen}(x)$ es

- (A) $\{0, \pi\}$
- (B) $\left\{\pi, \frac{\pi}{3}\right\}$
- (C) $\left\{\pi, 2\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$
- (D) $\left\{0, \pi, 2\pi, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

31. En $[0, 2\pi]$, el conjunto de solución de la ecuación $(4 \cos(x) + 3)(2 \operatorname{sen}(x) - 1) = 0$ corresponde a

- (A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
- (B) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$
- (C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \arccos\left(\frac{-3}{4}\right), 2\pi - \arccos\left(\frac{-3}{4}\right)\right\}$
- (D) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \arccos\left(\frac{-3}{4}\right), 2\pi - \arccos\left(\frac{-3}{4}\right)\right\}$

32. El conjunto de solución de la ecuación $\operatorname{sen}^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ corresponde a

- (A) \emptyset
- (B) \mathbb{R}
- (C) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$
- (D) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

Fin de la primera parte



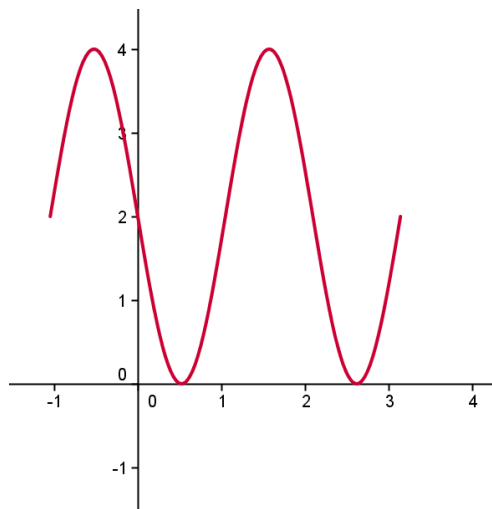
IV EXAMEN PARCIAL 2012

Nombre completo: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

PREGUNTA	Puntos obtenidos
1	
2	
3	



Sábado 17 de noviembre

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 18 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (5 puntos) Verifique la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\operatorname{sen} x \cdot \cot^2 x}{\operatorname{csc} x + 1} = 1 - \operatorname{sen} x$$

2. (7 puntos) Considere la función $f : \left[-\frac{3\pi}{8}, \pi \right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$.

- a) Determine el ámbito, corrimiento de fase y el periodo de f . (2 puntos)
- b) Determine las intersecciones de la gráfica de f con los ejes. (2 puntos)
- c) Trace la gráfica de f . (3 puntos)

3. (6 puntos) Determine, en \mathbb{R} , el conjunto solución de la ecuación:

$$\operatorname{sen}^2(x) - 5\operatorname{sen}(-x) - 3 = -\operatorname{sen}^2(x)$$