Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2011

http://matem.emate.ucr.ac.cr/
tel. (506) 2511-4528

SOLUCIONARIO

Selección única

1	C		8	B		15	B		22	B		29	A	
2	D		9	C		16	D		23	C		30	C	
3	A		10	C		17	C		24	A		31	C	
4	A		11	C		18	C		25	D		32	B	
5	B		12	B		19	A		26	C				
6	D		13	D		20	B		27	C				
7	B		14	C		21	C		28	D				

1. (5 puntos) Verifique la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{senx\cdot\cot^2 x}{\csc x+1}=1+senx$$

Solución:

$$\frac{senx\cdot\cot^2 x}{\csc x+1}=\frac{senx\cdot\dfrac{\cos^2 x}{sen^2x}}{\dfrac{1}{senx}+1}=\frac{\dfrac{\cos^2 x}{senx}}{\dfrac{1+senx}{senx}}=\frac{\cos^2 x}{1+senx}=\frac{1-sen^2x}{1+senx}=\frac{(1-senx)(1+senx)}{1+senx}=1-senx$$

2. (7 puntos) Considere la función. $f:\left[\frac{-3\pi}{8},\pi\right]\to\mathbb{R},\ f(x)=-2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

a) Determine el ámbito, corrimiento de fase y el periodo de f.
b) Determine las intersecciones de la gráfica de f con los ejes.
c) Trace la gráfica de f.

Solución:

i. Ámbito: $[-2,2]$

ii. Periodo: $\frac{2\pi}{2}=\pi$

iii. Corte con el eje Y: $\left(0,-\sqrt{2}\right)$

$$f\left(0\right)=2\cos\left(2\cdot 0+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$$

- Cortes con el eje X:

$f\left(x\right)=0$

$$\Leftrightarrow -2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2k\pi \text{ o } 2x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+k\pi \text{ o } x=\frac{5\pi}{8}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$$

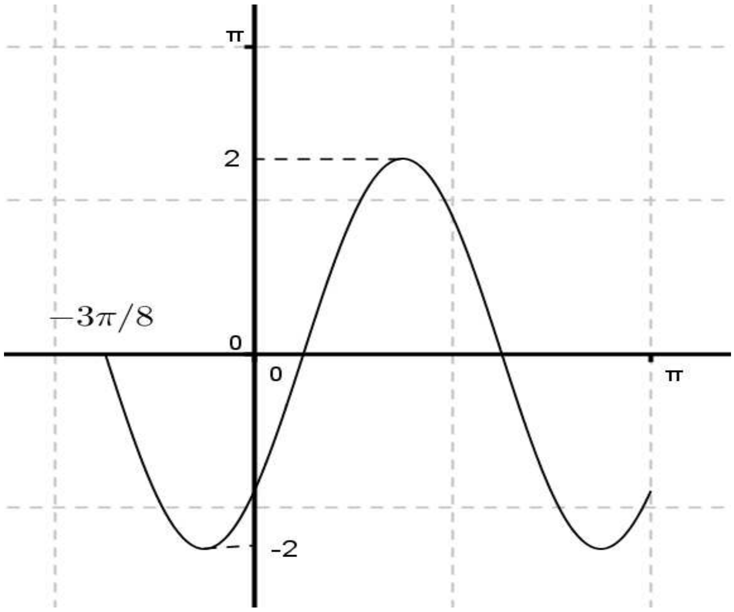
Como el dominio es $\left[\frac{-3\pi}{8},\pi\right]$ se deben buscar los valores de k que dan soluciones en dicho dominio.

k	$x=\frac{\pi}{8}+k\pi$	$x=\frac{5\pi}{8}+k\pi$
-2	$\frac{-15\pi}{8}$	$\frac{-11\pi}{8}$
-1	$\frac{-7\pi}{8}$	$\frac{-3\pi}{8}$
0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$
1	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8}$

De éstas soluciones las que pertenecen al dominio son: $\frac{-3\pi}{8},\frac{\pi}{8}$ y $\frac{5\pi}{8}$.

Por lo tanto, los cortes con el eje X son: $\left(\frac{-3\pi}{8},0\right),\left(\frac{\pi}{8/},0\right)$ y $\left(\frac{5\pi}{8},0\right)$.

Note que para los demás valores de k, las soluciones no pertenecen al dominio.



3. (6 puntos) Determine, en $\mathbb{R}$, el conjunto solución de la ecuación:

$$\operatorname{sen}^2(x) - 5sen(-x) - 3 = -sen^2(x)$$

<u>Solución</u>:

$2\operatorname{sen}^2(x) + 5sen(x) - 3 = 0$ (1pto)

$(2\text{senx-1})(senx + 3) = 0$ (1 pto)

$\text{sen x} = \frac{1}{2}$ o $\text{senx} = -3$ (1pto)

senx = -3 no tiene solución pues sen x $\in [-1,1]$ (1 pto)

$\operatorname{sen}(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow$ x= $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ó x=$\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ (1pto)

Entonces: $S = \left\{ x / x \in \mathbb{R}, \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ o } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$ (1pto)