

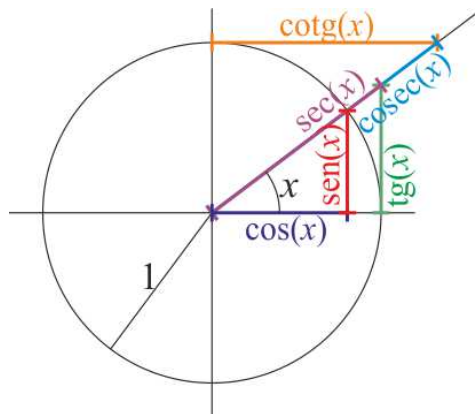
PRECÁLCULO

-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2013

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (32 puntos), la segunda es de desarrollo (18 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente tinta indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. El número real $\frac{29\pi}{3}$ determina un punto en la circunferencia trigonométrica que se localiza en el cuadrante

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV

2. Si el punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real t es $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$, entonces se puede afirmar que $\frac{\cos(t)}{\sin(t)}$ es igual a

- (A) $\frac{3}{2}$
- (B) $\frac{-5}{2}$
- (C) $\frac{-\sqrt{3}}{6}$
- (D) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2$

3. Analice las siguientes proposiciones:

I) $\cos(28\pi) = 1$

II) $\operatorname{sen}\left(\frac{-11\pi}{2}\right) = -1$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

4. A cualquier número real de la forma $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, donde k es un número entero, le corresponde, en la circunferencia trigonométrica, el punto de coordenadas

- (A) $(1, 0)$
- (B) $(0, 1)$
- (C) $(-1, 0)$
- (D) $(0, -1)$

5. Sea $P(a, -2a)$ el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real t . Si $\cos(t) < 0$ entonces el valor de a es

- (A) $-\sqrt{\frac{1}{5}}$
- (B) $\sqrt{\frac{1}{5}}$
- (C) $-\frac{1}{5}$
- (D) $\frac{1}{5}$

6. La expresión $\sin(4\pi) + \tan\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ es igual a
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - (B) $\sqrt{3}$
 - (C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - (D) $1-\sqrt{3}$
7. Sea t un número real tal que $\cos(t) < 0$ y $\csc(t)$ no está definida. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número t es
- (A) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 - (B) $(1, 0)$
 - (C) $(-1, 0)$
 - (D) $(0, -1)$
8. ¿Cuál de los siguientes puntos de circunferencia trigonométrica se ubica en el I cuadrante?
- (A) $(\cos(-6), \sin(-6))$
 - (B) $(\cos(6), \sin(6))$
 - (C) $(\cos(2), \sin(2))$
 - (D) $(\cos(-2), \sin(-2))$

9. Analice las siguientes proposiciones:

I) $\cos(-5) > 0$

II) $\sin(3,14) = 0$

¿Cuáles de las proposiciones anteriores son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

10. Considere las siguientes afirmaciones:

I. $2 \sin(5\alpha) \cos(5\alpha) = \sin(10\alpha)$

II. $2 \cos^2(y) - 1 = \cos(2y)$

III. $\tan(-x) = \tan(\pi - x)$

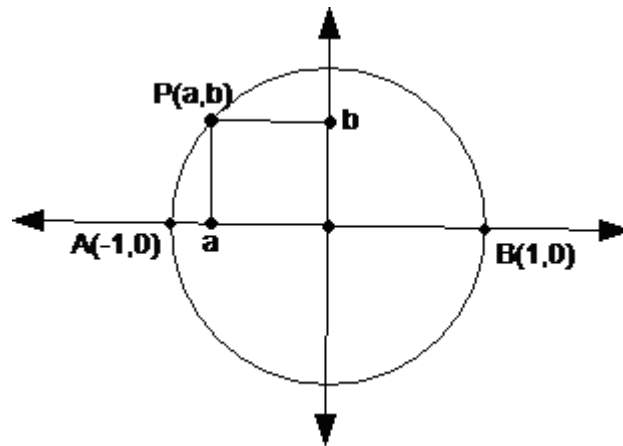
De las anteriores proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

- (A) La I y la II
- (B) La I y la III
- (C) La II y la III
- (D) Todas

11. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sin(x) + 1$. Un punto donde la gráfica de f interseca al eje x es

- (A) $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$
- (B) $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$
- (C) $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$
- (D) $(\pi, 0)$

12. En la figura, la longitud del arco \widehat{AP} es $\frac{\pi}{6}$ entonces se puede asegurar que



- (A) $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (B) $b = \frac{-\sqrt{3}}{2}$
- (C) $b = \frac{1}{2}$
- (D) $a = -\frac{1}{2}$

13. Un número real para el cual NO está definida $\sec(x)$ es

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

14. Sea P el punto de coordenadas $P\left(-\frac{1}{3}, y\right)$. Si P es un punto del tercer cuadrante que pertenece a la circunferencia trigonométrica, entonces el valor de y es

(A) $-\frac{4}{3}$

(B) $-\frac{8}{9}$

(C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(D) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

15. El período de la función h definida en su máximo dominio, tal que

$$h(x) = 6 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{4} - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ es}$$

(A) 8π

(B) 4π

(C) 2π

(D) π

16. El ámbito de la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2 + \text{sen}(x)$ es igual a

- (A) $[1,3]$
- (B) $[1,2]$
- (C) $[0,3]$
- (D) $[-2,2]$

17. Sea f la función dada por $f(x) = \tan x$. Si $x \in \left] \frac{-3\pi}{2}, -\pi \right[$, entonces se cumple que

- (A) $f(x) \in]-\infty, 0[$
- (B) $f(x) \in]0, +\infty[$
- (C) $f(x) \in]-1, 0[$
- (D) $f(x) \in]0, 1[$

18. Las siguientes proposiciones se refieren a la función f dada por $f(x) = \text{sen } x$.

I. f es creciente en $]0, \pi[$

II. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{-3\pi}{2}\right)$

De ellas, ¿Cuáles son **verdaderas**?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) Ambas
- (D) Ninguna

19. El dominio máximo de una función que tiene criterio $f(x) = \arccos(x)$ es el siguiente conjunto

- (A) \mathbb{R}
- (B) $[-1,1]$
- (C) $[0,\pi]$
- (D) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

20. La expresión $\cos\left(2 \arcsen\left(\frac{x}{3}\right)\right)$ es igual a

- (A) $\frac{2x}{3}$
- (B) $\frac{2\sqrt{9-x^2}}{3}$
- (C) $\frac{2\sqrt{9-x^2}}{9-x^2}$
- (D) $\frac{9-2x^2}{9}$

21. El valor de $\arcsen\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ es igual a

- (A) $\frac{2\pi}{3}$
- (B) $\frac{-\pi}{3}$
- (C) $\frac{5\pi}{6}$
- (D) $\frac{\pi}{6}$

22. La expresión $\sin\left(2 \arcsen\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\right)$ es igual a

(A) $\frac{6}{\sqrt{13}}$

(B) $\frac{12}{13}$

(C) $\frac{-12}{13}$

(D) $\frac{12\sqrt{13}}{13}$

23. Considere las siguientes afirmaciones:

I. $\arccos\left(\cos\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6}$

II. $\sin\left(\arcsen\frac{-\pi}{3}\right) = \frac{-\pi}{3}$

III. $\cos[2(\arctan 1)] = 0$

De las anteriores proposiciones, ¿cuáles son verdaderas?

(A) La I y la II

(B) La I y la III

(C) La II y la III

(D) Todas

24. La expresión $\frac{\cos x \cdot \tan^2 x}{\sec x + 1}$ es igual a

(A) $\cos x - 1$

(B) $\sin^2 x$

(C) $1 - \cos x$

(D) $\cos^2 x$

25. La expresión $\sin(x + 4\pi) \cdot \sec(x - 8\pi)$ es equivalente a

- (A) $-\cot x$
- (B) $-\tan x$
- (C) $\cot x$
- (D) $\tan x$

26. La expresión $\sec x - \sin x \cdot \tan x$ es igual a

- (A) $\cos x$
- (B) $\sin x$
- (C) $\frac{\cos x \tan x}{\sin x}$
- (D) $\sin x(1 - \tan x)$

27. La expresión $\tan^2 \alpha + \sec^2 \alpha$ es igual a

- (A) $\tan^2 \alpha + 2$
- (B) $2\sec^2 \alpha + 1$
- (C) $2\sec^2 \alpha - 1$
- (D) $1 - 2\sec^2 \alpha$

28. La expresión $\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x} - \frac{1 - \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x}$ es equivalente a

- (A) $4 \tan x \cdot \operatorname{sen} x$
- (B) $4 \tan x \cdot \operatorname{sec} x$
- (C) $4 \tan x \cdot \cos x$
- (D) $4 \tan x \cdot \operatorname{csc} x$

29. Dos soluciones de $4 \tan^2 \theta = 3 \sec^2 \theta$ en $[0, 2\pi[$ son

- (A) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{5\pi}{6}$
- (B) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{5\pi}{3}$
- (C) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{7\pi}{6}$
- (D) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{2\pi}{3}$

30. El conjunto solución de la ecuación $\operatorname{sen}(x) \tan(x) = \operatorname{sen}(x)$ en $[0, 2\pi[$ es igual a

- (A) $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- (B) $\left\{ 0, \pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- (C) $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$
- (D) $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$

31. El conjunto solución en \mathbb{R} , de la ecuación $2\sin^2 x + \sin x = 0$ es igual a

- (A) $\left\{k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (B) $\left\{k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (C) $\left\{2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$
- (D) $\left\{k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$

32. Una solución de $(\sqrt{3} - \cot x)\csc x = 0$ es

- (A) $\frac{7\pi}{6}$
- (B) $\frac{4\pi}{3}$
- (C) $\frac{5\pi}{6}$
- (D) π

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



PRECÁLCULO

-Décimo Año-

CUARTO EXAMEN PARCIAL 2013 - Sábado 16 de noviembre

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

Pregunta	1	2	3
Puntos obtenidos			

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 18 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (5 puntos). Verifique la siguiente identidad:

$$\frac{\sec x - \csc x}{\sec x + \csc x} = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$$

2. (7puntos). Considere la función $f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- a. Determine el ámbito de f . (1 punto)
- b. Determine los cortes de la gráfica de f con los ejes. (3 puntos)
- c. Trace la gráfica de f e indique en la misma los cortes con los ejes. (3 puntos)

3. (6 puntos). Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la ecuación $\tan x + \cot x = 2$.



CUARTO EXAMEN PARCIAL 2013 - SÁBADO 16 DE NOVIEMBRE

SOLUCIONARIO I. PARTE DE SELECCIÓN ÚNICA.

1	D		8	A		15	A		22	B		29	B	
2	A		9	A		16	A		23	D		30	B	
3	A		10	D		17	A		24	C		31	D	
4	D		11	B		18	B		25	D		32	A	
5	A		12	C		19	B		26	A				
6	C		13	C		20	D		27	C				
7	C		14	D		21	B		28	B				

SOLUCIONARIO SEGUNDA PARTE DE DESARROLLO

1. (5 puntos). Verifique la siguiente identidad:

$$\frac{\sec x - \csc x}{\sec x + \csc x} = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$$

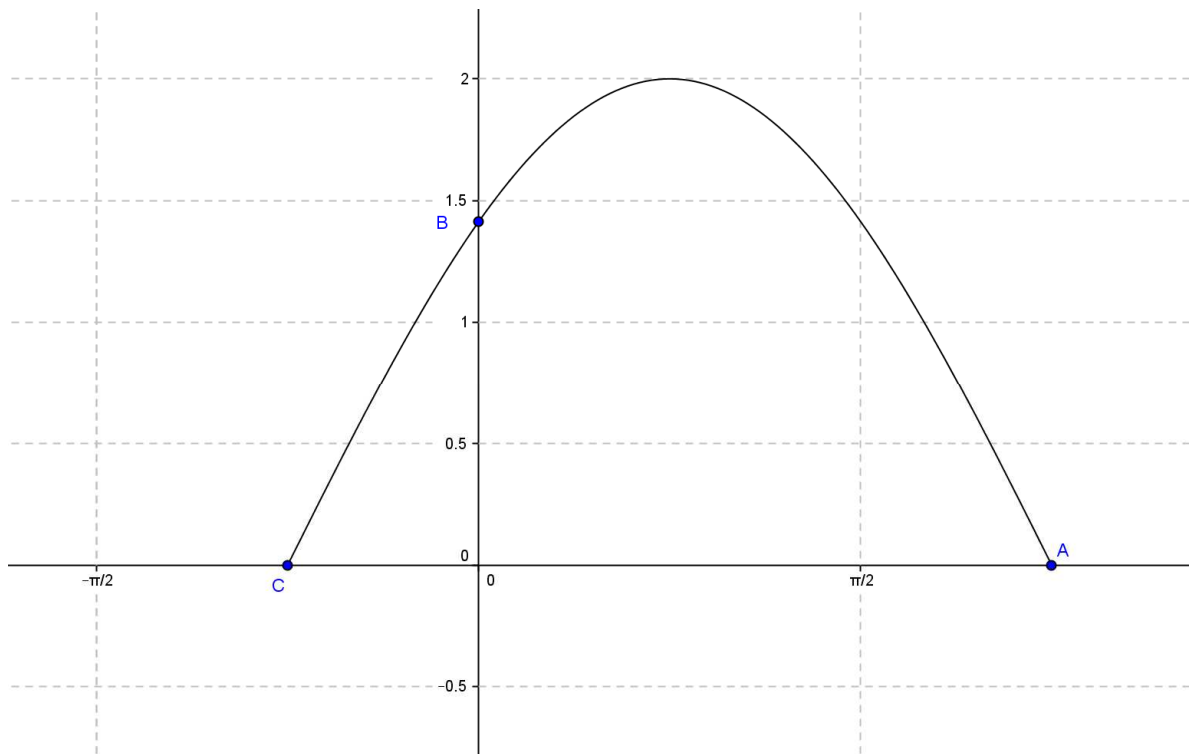
$$\frac{\sec x - \csc x}{\sec x + \csc x} = \frac{\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x}}{\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}} = \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\sin x \cos x}}{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}} = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\frac{\tan x}{\sin x} - \frac{1}{\sin x}}{\frac{\tan x}{\sin x} + \frac{1}{\sin x}} = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$$

2. (7puntos). Considere la función $f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- Determine el ámbito de f . (1 punto)
 - Determine los cortes de la gráfica de f con los ejes. (3 puntos)
 - Trace la gráfica de f e indique en la misma los cortes con los ejes. (3 puntos)

a. Ámbito: **$[0,2]$**

b. Cortes con el eje X: **$\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right) \left(-\frac{3\pi}{4}, 0\right)$**

c. Corte con el eje Y: **$(0, \sqrt{2})$**



3. (6 puntos). Determine el conjunto de todos los números reales que son solución de la ecuación

$$\tan x + \cot x = 2$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} = 2$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}{\operatorname{sen} x \cos x} = 2$$

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x \cos x = 0$$

$$(\operatorname{sen} x - \cos x)^2 = 0$$

$$\operatorname{sen} x - \cos x = 0$$

$$\operatorname{sen} x = \cos x$$

$$x_R = \frac{\pi}{4}, \quad S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Otra solución:

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} = 2$$

$$\frac{1}{\operatorname{sen} x \cos x} = 2$$

$$2 \operatorname{sen} x \cos x = 1$$

$$\operatorname{sen}(2x) = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$