

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro. Si el **examen contiene** partes escritas con **lápiz** usted **pierde el derecho a reclamar**.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- **Este es un examen de desarrollo**, por lo tanto, **debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Recuerde que la única **calculadora** que se le permite usar es aquella que solamente tiene las **operaciones básicas**.
- **Este examen consta de nueve (8) ítems y un total de 80 puntos**. Revise, antes de iniciar, que esté completo.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

1) Calcule los límites siguientes. (15 puntos)

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{2x+5} - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos(x)}{\pi - 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\left(\frac{\pi}{4} - \tan^{-1}(x)\right)} - 1}{x - 1}$

2) Determine las discontinuidades de la siguiente función y clasifíquelas. (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6} & \text{si } x < -1 \\ \frac{\text{sen}(x)}{x^2 + 4x} & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

3) Determine los valores de los parámetros a y b de modo que la función sea continua en \mathbb{R} . (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 + 1}{x - 3} & \text{si } x < 2 \\ b & \text{si } x = 2 \\ 2ax - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

4) Determine $\frac{dy}{dx}$; no es necesario simplificar. (15 puntos)

a) $y = \sqrt[4]{\frac{\tan^2(x)}{1 + \sin^{-1}(x)}}$

b) $y = 3^{x^2+1} \sec(3x^2 - 6x + 1)$

c) $x \sin(y) - x^2 \cos(y) = 1$

5) Determine la ecuación de la recta tangente a la curva $x^5 + y^5 - 2xy = 0$ con el punto $(1, 1)$. (5 puntos)

6) Demuestre que $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - 2x) = -1$. (5 puntos)

7) Analice si la función siguiente tiene asíntotas horizontales. En el caso de tenerlas, indique cuáles son. (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 3x + \sqrt{9x^2 - x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{8x^2 + 25x}{2x + 5} - 4x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

8) Un cubo de hielo se derrite de modo que su arista decrece 2 cm cada hora. ¿Con qué velocidad disminuye su volumen en el instante en que su arista mide 10 cm? (10 puntos)