

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- **Este es un examen de desarrollo**, por lo tanto, **debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Recuerde que la única **calculadora** que se le permite usar es aquella que solamente tiene las **operaciones básicas**.
- **Este examen consta de nueve (9) ítems y un total de 80 puntos**. Revise, antes de iniciar, que esté completo.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

1. Dada la función definida por $f(x) = \frac{4x-5}{\sqrt{9x^2+8}}$

- a) Determine las asíntotas horizontales, si las hay, de la gráfica de f .
(6 puntos)
- b) ¿Tiene la curva de f asíntotas verticales? Justifique su respuesta.
(3 puntos)

2. Calcule los siguientes límites si existen, si no existen, justifíquelo debidamente:
(18 puntos: 6 cada uno)

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\sqrt{4-4x+x^2}}$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\text{sen}(5x+10)}{4x+8}$ c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x-1-\sqrt{x+1}}$

3. Demuestre, utilizando la definición formal de límite, que $\lim_{x \rightarrow 2} (3x+7) = 13$
(5 puntos)

4. Determine los valores de la constante c para que $f(x) = \begin{cases} c^2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3cx-2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea continua en \mathbb{R} .
(6 puntos)

5. a) Enuncie el Teorema del Valor Intermedio. (2 puntos)

b) Muestre que los gráficos de las funciones $g(x) = \text{sen } x$ y $f(x) = 1 - x$ se intersecan en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Justifique. (4 puntos)

6. Determine $\frac{dy}{dx}$; no es necesario simplificar.

a) $y = \frac{\text{sen}(6x^5 + x - 12)}{\sqrt{x + \tan x}}$ (5 puntos)

b) $y = e^{2x-3} \left(\sqrt{5} + \frac{1}{x} \right) - \text{arc tan}(5x)$ (5 puntos)

c) $y = \frac{x^3(x^5 + 4x)^{23}}{(6 - 7x)^{3/2}}$ (6 puntos)

7. La recta que es tangente a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $P(2, 5)$ pasa por el punto $Q(-1, 1)$. Calcule $f(2)$ y $f'(2)$. Justifique. (3 puntos)

8. Dada la ecuación $x^2 + 2xy - y^2 = 1$

a) Calcule $\frac{d^2y}{dx^2}$. (5 puntos)

b) Considere la curva dada por la ecuación anterior y determine la ecuación de la recta normal a dicha curva en el punto $(1, 2)$. (4 puntos)

9. Uno de los lados de un rectángulo tiene un tamaño constante de 10 cm, mientras que el otro lado es variable y aumenta a la velocidad constante de 4 cm/s. ¿A qué velocidad crecerán la diagonal del rectángulo y su área en el instante en que el lado variable es igual a 30 cm? (8 puntos)