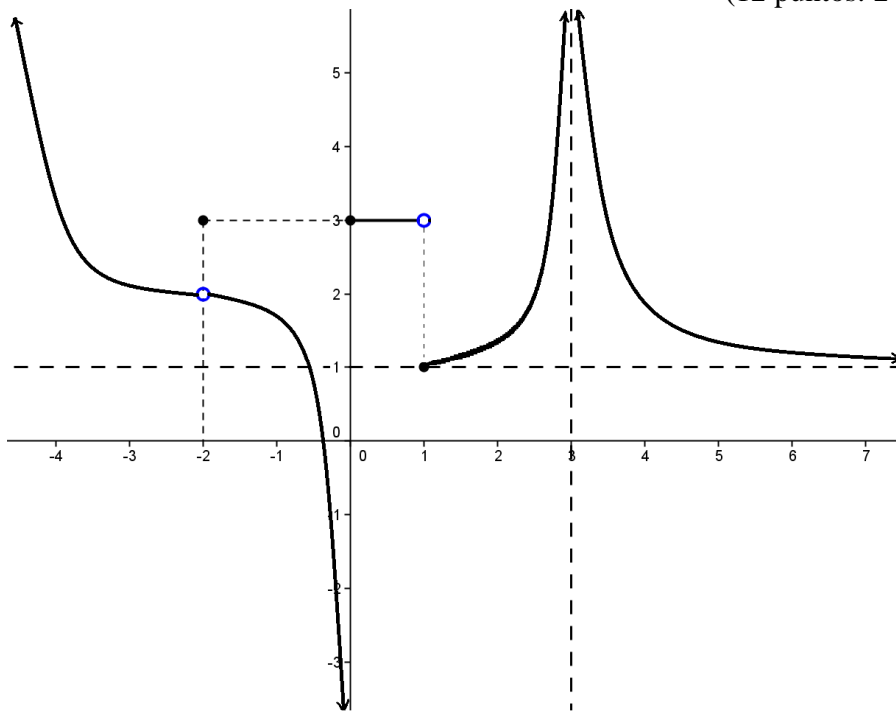


**INSTRUCCIONES**

- Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta, no se calificará.
- Este es un examen de desarrollo, por lo tanto, debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Recuerde que la única calculadora que se le permite usar es aquella que solamente tiene las operaciones básicas.
- Este examen consta de ocho (8) ítems y un total de 76 puntos.
- Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.

1. Considere la función  $f$  definida en su dominio máximo y cuya gráfica es la siguiente:  
(12 puntos: 2 pts cada una)



A. Determine los siguientes límites, si existen; en caso que no existan indíquelo y justifique su respuesta.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

B. Determine si  $f$  es continua en los valores que aparecen a continuación; si es discontinua, determine el tipo de discontinuidad. Justifique sus respuestas.

a)  $x = -2$

b)  $x = 3$

C. Determine si  $f$  es derivable para los valores indicados; en caso afirmativo, determine el valor de la derivada  $f'(x)$  en ese punto.

a)  $x = \frac{1}{2}$

b)  $x = 1$

2. Determine, si existen, las asíntotas horizontales y verticales de la gráfica de la función definida, en su dominio máximo, por el criterio  $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{3x^2 - 1}$ . (7 puntos)

3. Calcule los siguientes límites si existen, si no existen, justifíquelo debidamente:

a)  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{8}}{\sqrt[3]{x} + 2}$  (5 puntos)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(1 - \cos x)}{1 - \cos x}$  (4 puntos)

4. Sea  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & \text{si } x < 4 \\ 8x - 32 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ .

a) Determine si  $f$  es continua en  $x = 4$ . (4 puntos)

b) Determine si  $f$  es derivable en  $x = 4$ . (6 puntos)

5. Demuestre que las gráficas de las funciones  $f(x) = e^{-x^2}$  y  $g(x) = x$  se cortan en el intervalo  $]0, 1[$ . (5 puntos)

6. Determine  $\frac{dy}{dx}$ ; no es necesario simplificar.

a)  $y = \frac{\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{1 + 3x^5}}$  (6 puntos)

b)  $y = \arcsen(\sqrt{2}x) + x^3 e^{-2x} \tan(5x)$  (7 puntos)

c)  $y = \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^{\arctan(\ln x)}$  (6 puntos)

7. Encuentre el o los puntos donde la recta tangente al gráfico determinado por la ecuación  $xy^2 + x^2y = 2$  es horizontal. Justifique su respuesta. (7 puntos)

8. Una escalera de 10 pies de longitud se apoya contra una pared vertical. Si la parte inferior de la escalera se desliza alejándose de la pared a una velocidad de  $2 \text{ pies/seg}$ , ¿con qué rapidez cambia el ángulo formado por la parte superior de la escalera y la pared cuando mide  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ ? (7 puntos)