



**PRIMER EXAMEN PARCIAL
CÁLCULO I**

Sábado 13 de abril 2013

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, éste no se calificará.**
- **Este examen es de desarrollo, por lo que deberá ser resuelto en el cuaderno de examen, y debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada ítem.
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica de ningún tipo.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Este examen consta de cinco (5) ítems y un total de 59 puntos.**
- **El tiempo disponible para resolver la prueba es de tres horas.**

1. Calcule cada uno de los siguientes límites:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 + x}}{5 - \sqrt{25 + x}}$ (5 puntos)

1.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} + x \right)$ (5 puntos)

1.3 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$ (6 puntos)

1.4 $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x^2 + 1}{2x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 5x + 6}$ (4 puntos)

1.5 Si $|g(x) - 3| < 5(x + 2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}^-$. Determine $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{4}$ (5 puntos)

2. Considere la función f cuyo criterio está dado por: (10 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+m}{x+n} & \text{si } x \leq -2 \\ -nx - m & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x^2 - 7x - 5m & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Determine los valores de m y n de tal forma que f sea continua en \mathbb{R} .

3. Determine una ecuación para cada una de las dos rectas tangentes a la gráfica de la ecuación $y = 4x - x^2$ y que además pasan por el punto de coordenadas $(2, 5)$.

(6 puntos)

4. Si $f'(a)$ existe, demuestre que $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a} = f(a) - af'(a)$. (4 puntos)

5. En cada caso determine $\frac{dy}{dx}$. No es necesario simplificar su resultado.

5.1 $y = \sin^3(5x^2 + 3)(x + e^{-2x+1})$ (7 puntos)

5.2 $y = \frac{5 - \cot\left(\frac{3}{x^2}\right)}{\sqrt[3]{x^2 + \tan x}}$ (7 puntos)

-fin-