

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra. Si el examen contiene partes escritas con lápiz usted pierde el derecho a reclamar.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta, no se calificará.
- Este es un examen de desarrollo, por lo tanto, debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Recuerde que la única calculadora que se le permite usar es aquella que solamente tiene las operaciones básicas.
- Este examen consta de diez ítems y un total de 75 puntos. Revise que esté completo antes de iniciar a resolverlo.
- Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.

1. Use diferenciales para calcular un valor aproximado para $\sqrt{48}$. 5 puntos.

2. Considere la función $f(x) = x^3 - 9x + 8$ definida en el intervalo $[-3,1]$.

- a. Enuncie el teorema que garantiza que existen los valores extremos absolutos para la función f . 1 punto.
- b. Encuentre los números críticos de f . 2 puntos.
- c. Calcule los valores máximo y mínimo absolutos. 3 puntos.

3. Determine los valores de a , b , c y d de modo que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, tenga un máximo relativo en $(0,6)$ y un mínimo relativo en $(2,-21)$. 6 puntos.

4. Determine $f(x)$ si se sabe que la gráfica de f contiene al punto de coordenadas $(1,4)$ y que $f'(x) = \frac{(x^2 + x)^2}{x^2}$. 5 puntos.

5. Determine los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de la gráfica de la función g definida por $g(x) = \int_4^{x-2} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 10t \right) dt$. 5 puntos.

6. Trace la gráfica de una función f que satisfaga las siguientes condiciones:
6 puntos.

x	$-\infty$	-1	0	1	∞
$f'(x)$	-	-	+	+	+
$f''(x)$	-	+	+	-	-

$$f'(0) = f(0) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

7. Calcule las siguientes integrales: 4 puntos cada una.

a. $\int \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x} dx$

b. $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

c. $\int (x+1)\sqrt{x+3} dx$

d. $\int_0^3 |2x-3| dx$

8. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + 2$.

- a. Trace la gráfica de f y sombree la región bajo la curva cuya área corresponde a $\int_{-2}^1 f(x) dx$. 2 puntos.

- b. Calcule, usando la definición, $\int_{-2}^1 f(x) dx$. 7 puntos.

- c. Calcule, usando el teorema fundamental del cálculo, $\int_{-2}^1 f(x) dx$. 2 puntos.

9. Una página rectangular ha de contener 108 cm² de texto. Los márgenes superior e inferior tienen 4 cm de ancho cada uno y los márgenes de los lados tienen 3 cm de ancho cada uno. ¿Qué dimensiones de la página minimizan a cantidad de papel requerida? 10 puntos.

10. Use el Teorema del Valor Medio para demostrar el siguiente teorema:
"Sea f una función tal que $f'(x) < 0$ para todo x en un intervalo $I =]a, b[$, entonces f es decreciente en I " 5 puntos.