

**INSTRUCCIONES**

- Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- **Este es un examen de desarrollo**, por lo tanto, **debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Recuerde que la única **calculadora** que se le permite usar es aquella que solamente tiene las **operaciones básicas**.
- **Este examen consta de nueve (9) ítems y un total de 78 puntos.**
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

1. Use diferenciales para aproximar el valor de  $\cos 147^\circ$ . (6 puntos)

2. Calcule, utilizando la regla de L'Hôpital, cada uno de los siguientes límites:  
(14 puntos: 8 y 6 respectivamente)

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2}$

3. a) Enuncie correctamente el Teorema de Rolle. (3 puntos)

b) Utilice el Teorema de Rolle para demostrar que el gráfico de la función  $f$  definida por  $f(x) = x^4 - x^3 + 7x^2 + 3x - 11$  tiene al menos una recta tangente horizontal.  
(5 puntos)

4. Defina el criterio de una función continua  $f$  en el intervalo  $[-1, 2]$ , cuya derivada no exista en el punto donde alcanza su mínimo absoluto y cuyo máximo absoluto se alcance en  $x = -1$ . Justifique la existencia de esos valores extremos (máximo y mínimo absolutos) de la función. (3 puntos)

5. Calcule el área del rectángulo más grande que se puede inscribir en un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm, si dos de los lados del rectángulo están en los catetos. (8 puntos)

6. Considere la función definida por  $F(x) = \int_1^{\operatorname{arcsec} x} \operatorname{sect} dt$ . Verifique que  $F'(\sqrt{2}) = 1$ .  
(4 puntos)

7. Considere la función  $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2}$ , definida en su dominio máximo. Para responder esta pregunta puede utilizar, **sin calcularlas**, las dos primeras derivadas de la función  $f$  que aparecen a continuación:

$$f'(x) = \frac{x^3 + 8}{x^3} \quad \text{y} \quad f''(x) = \frac{-24}{x^4}$$

- Determine el dominio máximo de la función y los puntos de intersección con los ejes (si existen, en caso de no existir debe indicarlo)
- Determine, si existen, todas las asíntotas de la gráfica.
- Determine los intervalos de monotonía y puntos extremos (dónde crece, dónde decrece, cuáles son los puntos máximos y mínimos relativos).
- Analice la concavidad y escriba los intervalos correspondientes. Si hay puntos de inflexión indíquelos.
- Con base en la información obtenida construya la gráfica de  $f$  en su máximo dominio.

(17 puntos)

8. Calcule las siguientes integrales:

(10 puntos: 5 cada una)

a)  $\int \frac{\cos(2x)}{\sqrt{\sin(2x)}} dx$

b)  $\int t \sqrt[3]{t-4} dt$

9. Utilice sumas de Riemann para calcular la integral definida  $\int_0^3 (9 - x^2) dx$

(8 puntos)