

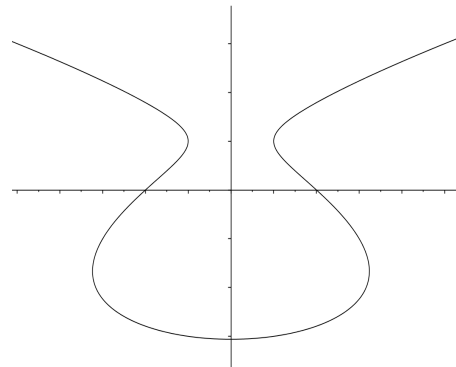
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
CÁLCULO I

Sábado 22 de junio de 2013

INSTRUCCIONES

- Antes de contestar, lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, éste no se calificará.**
- **Este examen es de desarrollo, por lo que deberá ser resuelto en el cuaderno de examen, y debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada ítem.
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica de ningún tipo.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Este examen consta de ocho (8) ítems y un total de 64 puntos.**
- **El tiempo disponible para resolver la prueba es de tres horas.**

1. (5 puntos) En la gráfica de la derecha se muestra la curva de ecuación $y^3 + y^2 - 5y = x^2 - 4$. Determine las coordenadas del punto del segundo cuadrante en el cual la recta tangente es vertical.



2. (5 puntos) Verifique que si $y = x \arctan(2x) - \frac{1}{4} \ln(4x^2 + 1)$ entonces $y'' + 4x^2 y'' = 2$.
3. (7 puntos) Dos trenes parten de una estación con 3 horas de diferencia. El primero en partir se dirige hacia el norte con una rapidez de $60 \frac{km}{h}$. El otro tren se dirige hacia el este con una rapidez de $100 \frac{km}{h}$. ¿A qué razón está cambiando la distancia entre los trenes 2 horas después que partió el segundo tren?

4. (7 puntos) Considere la función $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x) - \cos(2x)$. Determine el máximo absoluto y el mínimo absoluto.

5. (6 puntos) Demuestre que si $a > 0$ y n es un número entero positivo, la ecuación $0 = x^{2n+1} + ax + b$ no puede tener dos raíces reales distintas.

6. (7 puntos) Determine los puntos de la parábola de ecuación $y = 1 - x^2$ que son más cercanos al punto de coordenadas $(0, -2)$.

7. Calcule los siguientes límites:

a. (4 puntos) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 e^x)$

b. (7 puntos) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{sen} x)^x$

8. Considere la función f definida en su dominio máximo, cuyo criterio está dado

por $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$, para la cual se cumple que $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ y $f''(x) = \frac{2}{x^3}$.

- (5 puntos) Determine, si existen, las asíntotas de la gráfica.
- (5 puntos) Determine los intervalos de monotonía y puntos extremos (dónde crece, decrece, puntos máximos y mínimos relativos).
- (3 puntos) Analice la concavidad y escriba los intervalos correspondientes. Si hay puntos de inflexión indíquelos.
- (3 puntos) Con base en la información obtenida construya la gráfica de f en su máximo dominio.

-fin-