



III EXAMEN PARCIAL CÁLCULO I

Fecha: 12 de setiembre de 2012
Tiempo disponible: 3 horas

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- **Este es un examen de desarrollo**, por lo tanto, **debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Recuerde que la única **calculadora** que se le permite usar es aquella que solamente tiene las **operaciones básicas**.
- **Este examen consta de seis (6) ítems y un total de 49 puntos.**
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

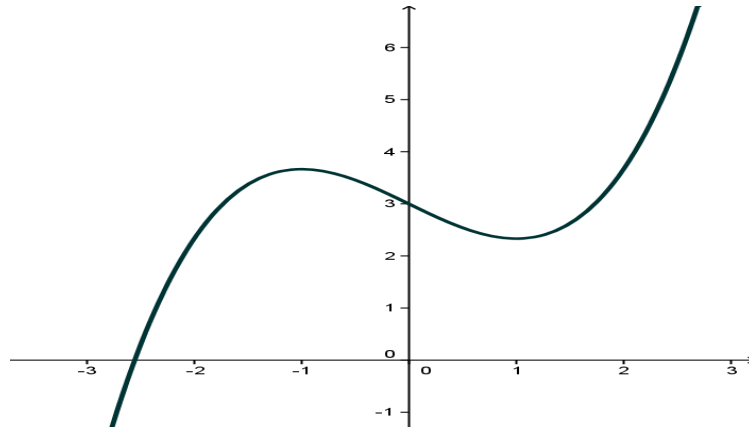
1. La ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función f en el punto $(1,3)$ es $y = x + 2$, además se tiene que $\frac{d^2 f}{dx^2} = 6$. De acuerdo con la información, determine $f(x)$. (6 puntos)

2. Calcule las siguientes integrales: (5 puntos cada una)

(a) $\int \frac{3x}{\sqrt{5-5x^2}} dx$ (b) $\int (x-3)^9 x^3 dx$ (c) $\int \frac{\csc(3x) \cot(3x)}{[7 + \csc(3x)]^3} dx$

3. Considere la función f tal que $f(x) = \frac{\int_{3x^2}^3 \frac{1}{1+u^4} du}{x}$. De acuerdo con la información, calcule $\frac{df}{dx}$ cuando $x = 1$. (5 puntos)

4. Una parte de la gráfica de la curva $y = \frac{x^3}{3} - x + 3$ está representado en la siguiente figura:



Con base en la información anterior, determine aproximadamente el área acotada por la gráfica de la curva y el eje de las abscisas, en el intervalo $[-2, 1]$, utilizando una partición de ese intervalo en cinco partes iguales. Utilice la suma superior. (6 puntos)

5. Considere las funciones:

$$f : [0, \sqrt{2}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x \quad h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 2$$

Con base en la información anterior:

- (a) Represente en el mismo plano cartesiano las graficas de f , g y h . (3 puntos)
- (b) Sombree la región limitada por las gráficas anteriores. (1 punto)
- (c) Calcule el área de la región definida en la parte anterior. (5 puntos)
6. En cada caso realice lo que se le solicita: (8 puntos)

- (a) Dibuje la región limitada por la gráfica de las curvas $y = \sqrt{x}$ y $y = 3^x$ en $[0, 3]$.
- (b) Realice un esbozo del sólido que se genera al hacer girar la región anterior en torno al eje x .
- (c) Calcule el volumen del sólido.

NOTA: Puede usar que $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$; $a \neq 1$ y $a \in \mathbb{R}^+$.

Fin