Universidad de Costa Rica

Instituto Tecnológico de Costa Rica

PRIMER EXAMEN PARCIAL

CÁLCULO

16 de abril de 2016

INSTRUCCIONES GENERALES:

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y pregunta, antes de contestar.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado**, **éste no se calificará.**
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica de ningún tipo.
- La prueba debe resolverse individualmente.
- **Este examen consta de tres partes: Selección única, Respuesta breve y Desarrollo, para un total de 59 puntos**
- **El tiempo disponible para resolver la prueba es de tres horas**.

I Parte. Selección única. Marque una equis (X) sobre la letra que antecede a la única respuesta correcta. Posteriormente escriba el número de ítem con su respectiva elección en su cuaderno de examen. (5 puntos, un punto cada respuesta correcta)

1. Dado $r \in I\!R - \{0\}$ y $\lim_{x \to 0}\left[\frac{f(x)}{x}\right] = r$, entonces $\lim_{x \to 0}\left[\frac{f(3x)}{x}\right]$ es igual a

(A) 0

(B) $\frac{r}{3}$

(C) r

(D) $3r$

2. Sean f y h dos funciones tales que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to 0^+} h(x) = 0$. Considere las siguientes proposiciones:

I. $\lim_{x\to 0^+}\left[f(x)\cdot h(x)\right]$ no existe

II. $f(0)$ no existe

Con base en la información, **con certeza** ¿cuál o cuáles de ellas se cumplen?

(A) Ambas

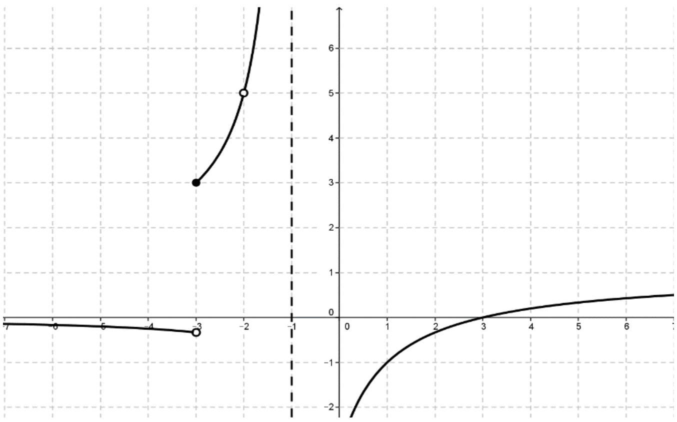
(B) Ninguna

(C) Solamente I

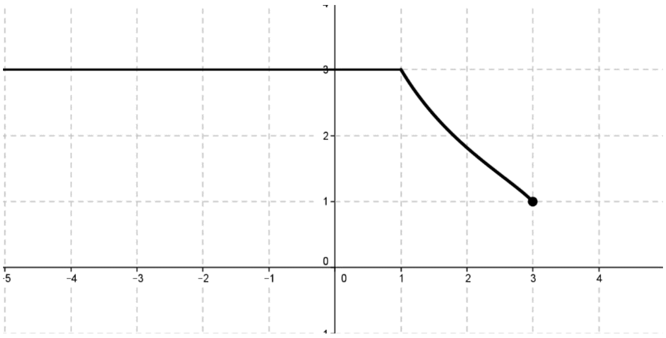
(D) Solamente II

Las siguientes figuras corresponden a las gráficas de f y g, respectivamente. Con base en la información conteste los ítems 3 y 4.

$y = f(x)$



$y = g(x)$



3. ¿Cuál es el valor del $\lim_{x\to 3^-}\left[\frac{2f(x)-5g(x)}{x}\right]$?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{-5}{3}$

(C) $\frac{-11}{3}$

(D) -3

4. En la expresión $\lim_{x\to-\infty}\left[\dfrac{3x^2-6}{x^3-xg(x)}\right]=$ ______ , el símbolo o número que la completa correctamente, corresponde a

(A) $-\infty$

(B) -3

(C) 0

(D) 3

5. El valor de c para que el $\lim_{x\to-2}\left[\dfrac{3x^2+cx+c+3}{x^2+x-2}\right]$ exista, corresponde a

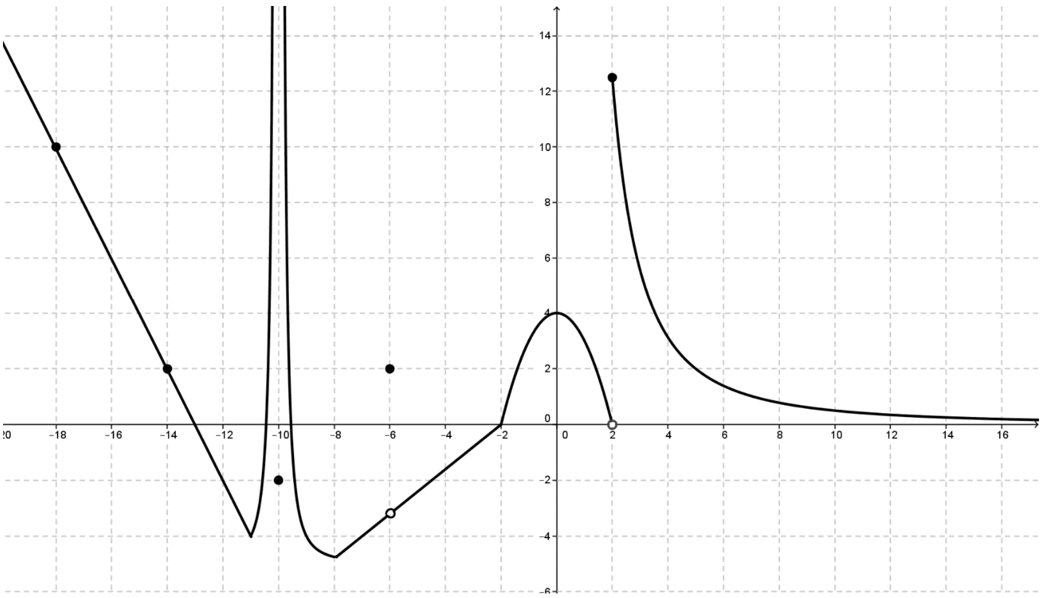
(A) -15

(B) -4

(C) 0

(D) 15

II Parte. Respuesta Breve. La siguiente figura corresponde a la gráfica de $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Conteste en su cuaderno de examen lo que se le solicita. (8 puntos, un punto cada respuesta correcta)



(a) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -10} f(x)$, $f'(-16)$

(b) ¿Existe $\lim\limits_{x\to -6} f(x)$? Justifique.

(c) ¿Cuál es un valor del dominio donde existe una discontinuidad inevitable?

III Parte. Desarrollo. Debe escribir en su cuaderno de examen todos los procedimientos que justifiquen su respuesta.

1. Calcule los siguientes límites:

(a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{3-\sqrt{10-x}}$ *(5 puntos)*

(b) $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}} \dfrac{-6x^3+13x^2-9x+2}{9x^2-4}$ *(4 puntos)*

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+x\ \mathrm{sen}(x)}{\cos(x)-1}$ *(6 puntos)*

2. Considere la función f definida en su máximo dominio, tal que $f(x)=\begin{cases} 1 & \text{si} \quad x<0 \\ \dfrac{1}{ax^2-2ax+1} & \text{si} \quad 0\leq x<1. \\ 2 & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$

(8 puntos)

(a) Determine el valor o los valores de a para que f sea continua en $x=0$.

(b) Determine el valor o los valores de a para que f sea continua en $x=1$.

3. Considere la función h definida en su máximo dominio, tal que $h(x)=\dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$. *(6 puntos)*

(a) Analice la continuidad de h.

(b) Determine si f posee asíntotas verticales u horizontales. De ser así, escriba la ecuación de cada una de ellas.

4. En cada caso calcule la primera derivada de $f(x)$, no debe simplificar.

(a) $f(x)=\dfrac{\sec\left(\sqrt{x^2+2}\right)}{34-\frac{2}{x^2}}$ *(5 puntos)*

(b) $f(x)=e^{(5x^6-x+3)}\tan\left(x-3\right)$ *(4 puntos)*

5. En la siguiente figura se muestra una recta L que es tangente a las gráficas de las funciones f y h. Determine el valor de las abscisas de los puntos de tangencia. Considere que $f(x) = x^2$ y $h(x) = -x^2 + 2x - 3$.

(8 puntos)