



SEGUNDO EXAMEN PARCIAL CÁLCULO I

Valor: 58 puntos.

Tiempo máximo: 3 horas.
Sábado 21 de junio de 2014

INSTRUCCIONES GENERALES

- Antes de contestar lea cuidadosamente las instrucciones y los enunciados de las preguntas.
- Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra para resolver este examen.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **respuesta o procedimiento** está **desordenado, éste no se calificará.**
- Recuerde que sólo puede utilizar calculadora que únicamente efectúe las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadora científica de ningún tipo.
- La prueba debe resolverse individualmente.

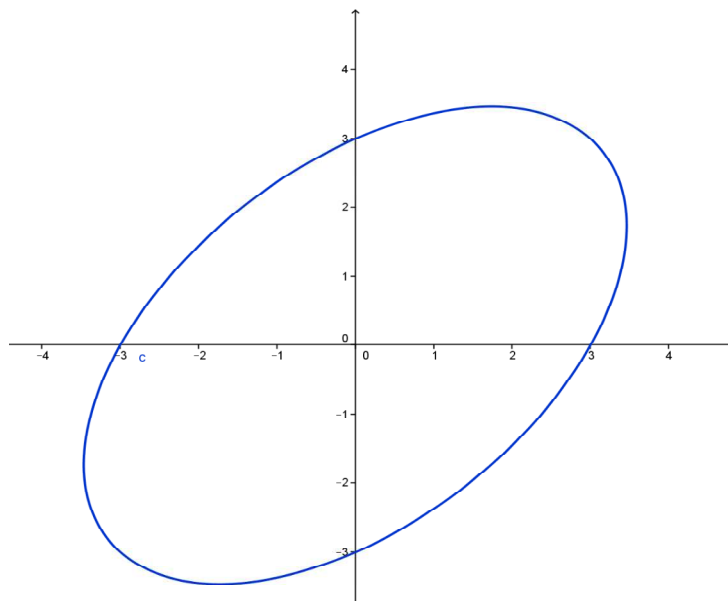
1. Calcule los siguientes límites utilizando la Regla de L'Hopital:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[x^{(1-x)^{-1}} \right]$ (8 puntos)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x}{3^x} \right)$ (5 puntos)

2. Sea $f : [-1,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(-1) = f(1)$, además f es continua en todo su dominio, ¿se puede asegurar con certeza que $\exists c \in]-1,1[$ tal que $f'(c) = 0$? Justifique y dé un ejemplo. (5 puntos)

3. La figura adjunta tiene como ecuación $x^2 - xy + y^2 = 9$. Demuestre que las rectas tangentes a la curva en los puntos de intersección con el eje y son paralelas. (6 puntos)



4. Considere una función f tal que $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$, donde $f'(x) = \frac{x^2 - 3}{3\sqrt[3]{(x^2 - 1)^4}}$,

$$f''(x) = \frac{2x(x^2 - 9)}{9\sqrt[3]{(x^2 - 1)^7}}, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty,$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ y $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Con base en esta información:

- Determine el máximo dominio de f . (1 punto)
 - Halle las coordenadas de los puntos de intersección de la gráfica de f con los ejes. (1 punto)
 - Determine la ecuación de las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si las hay. (3 puntos)
 - Determine los intervalos de monotonía. Halle los extremos relativos. (6 puntos)
 - Determine los intervalos donde f es cóncava hacia arriba y donde es cóncava hacia abajo. Establezca las coordenadas de los puntos de inflexión. (6 puntos)
 - Construya la gráfica de f . (5 puntos)
5. Un objeto tiene forma de cilindro circular recto. Conforme se calienta, su altura disminuye a razón de 0,005 centímetros por minuto y su radio aumenta a razón de 0,0001 centímetros por minutos. ¿Con qué rapidez está cambiando el volumen del objeto, cuando este alcanza los 40 centímetros de altura y los 1,5 centímetros de radio? (5 puntos)
6. Se va a construir una tubería desde una refinería a través de un pantano hasta tanques de almacenamiento como se muestra en la figura adjunta. El costo de construcción es de \$25000 por cada milla que se construya sobre el pantano y \$20000 por cada milla que se construya sobre tierra. Explique de qué manera debe construirse la tubería para que el costo de producción sea mínimo. (7 puntos)

