



Universidad de Costa Rica  
Instituto Tecnológico de Costa Rica



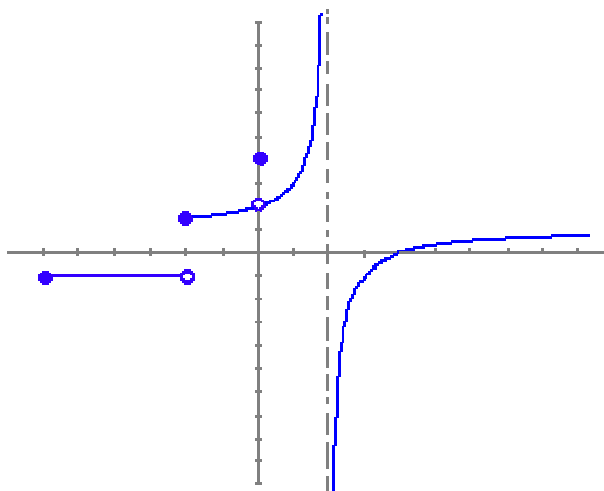
II EXAMEN PARCIAL 2016

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

Nombre: \_\_\_\_\_ código: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_



**Fórmula 1**

Sábado 18 de junio de 2016

## INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (28 puntos), la segunda de respuesta corta (10 puntos) y la tercera de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

**PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 28 puntos)**

1. ¿Cuántos números enteros negativos son solución de  $-4x - 4 < 2(4 + x)$ ?
- A) 0  
B) 1  
C) 2  
D) infinitos
2. El conjunto solución de  $x^3 + x^2 - 2x > 0$  es
- A)  $]0,1[$   
B)  $] -\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$   
C)  $] -\infty, -2[ \cup ]0,1[$   
D)  $] -2,0[ \cup ]1, +\infty[$
3. El conjunto solución de  $-x^2 - x - 1 < 0$  corresponde a
- A)  $\emptyset$   
B)  $\mathbb{R}$   
C)  $] -1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}[$   
D)  $] -\infty, -1 - \sqrt{3}[ \cup ] -1 + \sqrt{3}, +\infty[$
4. ¿Cuál es el conjunto solución de la inecuación  $|-5x + 10| \leq 0$  ?
- A)  $\emptyset$   
B)  $\mathbb{R}$   
C)  $\{2\}$   
D)  $\mathbb{R} - \{2\}$

5. Considere la siguiente tabla de signos

	$-\infty$	$-2$	$\frac{1}{2}$	$1$	$+\infty$
$a(x)$	+	+	+	+	+
$b(x)$	-	-	+	+	+
$c(x)$	+	+	+	-	-

Analice las siguientes afirmaciones de acuerdo con la información de la tabla anterior y considerando que  $a(x)$ ,  $b(x)$  y  $c(x)$  son polinomios:

- I.  $a(-1) \cdot b(-1) > 0$
- II.  $a(-2) > 0$
- III.  $b\left(\frac{1}{2}\right) c(1) = 0$

De las anteriores proposiciones, con certeza, son verdaderas solamente

- A) I
- B) II
- C) III
- D) I y III

6. El conjunto solución de  $1 - |x - 3| < 4$  corresponde a

- A)  $\emptyset$
- B)  $\mathbb{R}$
- C)  $\{-3\}$
- D)  $\mathbb{R} - \{0\}$

7. El conjunto solución de  $\sqrt[4]{(-x+7)^4} \leq 4$  corresponde a

- A)  $[3,11]$
- B)  $[-11, -3]$
- C)  $]-\infty, 3] \cup [11, +\infty[$
- D)  $]-\infty, -11] \cup [-3, +\infty[$

8. Considere el perímetro  $P$  de un cuadrado en función de su área  $A$  y analice las siguientes proposiciones:

I.  $P$  es la variable independiente

II.  $P(A) = 4 \cdot \sqrt{A}$

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

9. Considere las siguientes relaciones:

I.  $g: \mathbb{Z} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{Z}$  con  $g(x) = \frac{x}{x+1}$

II.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$  con  $f(x) = x$

De ellas, ¿cuáles corresponden a una función?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

Para contestar los ítems 10, 11 y 12 refiérase a las funciones biyectivas  $f$  y  $g$  definidas en sus dominios máximos por los siguientes criterios:

$$f(x) = \frac{1}{x+2} \qquad g(x) = \sqrt{-x+1}$$

10. El dominio de  $f - g$ , corresponde a

- A)  $] -\infty, 1]$
- B)  $] -\infty, -2]$
- C)  $] -\infty, 1] - \{-2\}$
- D)  $] -\infty, -2] \cup \{2\}$

11. El criterio de  $f \circ g$ , corresponde a

- A)  $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x+4}$
- B)  $(f \circ g)(x) = \sqrt{-x-1}$
- C)  $(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+1}+2}$
- D)  $(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{-1}{x+2} + 1}$

12. La función  $g^{-1}$  corresponde a

- A)  $g^{-1}: [0, +\infty[ \rightarrow ]-\infty, 1], g^{-1}(x) = 1 - x^2$
- B)  $g^{-1}: [0, +\infty[ \rightarrow ]-\infty, 1], g^{-1}(x) = 1 + x^2$
- C)  $g^{-1}: ]-\infty, 1] \rightarrow [0, +\infty[, g^{-1}(x) = 1 - x^2$
- D)  $g^{-1}: ]-\infty, 1] \rightarrow [0, +\infty[, g^{-1}(x) = 1 + x^2$

13. Sea  $f$  una función tal que  $f(x) = -4x + 1$ . Si su ámbito es  $[1,11[$ , entonces su dominio corresponde a

- A)  $\left] \frac{-5}{2}, 0 \right]$   
 B)  $\left[ 0, \frac{5}{2} \right[$   
 C)  $] -43, -3]$   
 D)  $[-43, -3[$

14. El punto de intersección de la recta de ecuación  $y = -2x + 5$  con el eje X corresponde a

- A)  $(-3,0)$   
 B)  $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$   
 C)  $(0, -3)$   
 D)  $\left(0, \frac{5}{2}\right)$

15. Considere las funciones  $f$  y  $g$  de dominio  $\{-1,0,1,2,3,4\}$  y  $\{-1,0,1,2,3\}$  respectivamente. ¿Cuáles de ellas corresponden a una función lineal?

I.

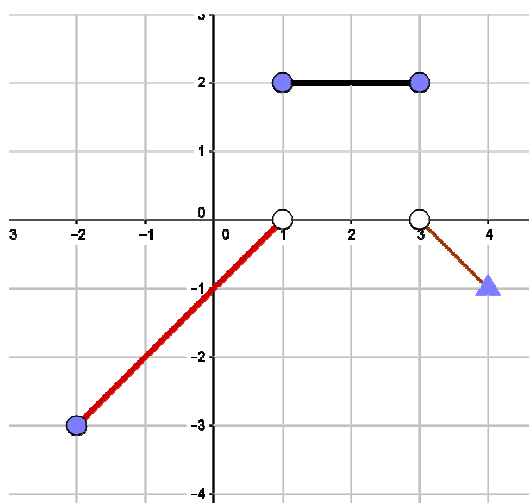
$x$	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	1	3	5	7	9

II.

$x$	-1	0	1	2	3
$g(x)$	1	0	1	4	9

- A) I y II  
 B) ninguna  
 C) solamente I  
 D) solamente II

Para responder los ítems 16 y 17 refiérase a la siguiente gráfica de la función  $f$ :



16. Considere las siguientes proposiciones de la gráfica de  $f$  :

- I.  $f\left(\frac{7}{2}\right) > f(-1)$
- II.  $f$  es decreciente en todo su dominio.
- III.  $f$  es inyectiva.

De ellas, son verdaderas solamente:

- A) I
- B) II
- C) I y II
- D) I y III

17. El valor numérico de la expresión  $\frac{f(-1)+f(2)\cdot f(3)}{f(-1)}$  corresponde a

- A) 1
- B) -1
- C)  $\frac{2}{3}$
- D)  $\frac{-2}{3}$



18. Considere dos números reales  $a$  y  $b$ , un intervalo  $B$  y una función  $f: \{a, b\} \rightarrow B$  tal que  $f(a) \neq f(b)$ , analice las siguientes afirmaciones:

I.  $f$  es inyectiva

II.  $f$  es biyectiva

Se puede asegurar con certeza que son verdaderas:

- A) ambas
- B) ninguna
- C) solamente I
- D) solamente II

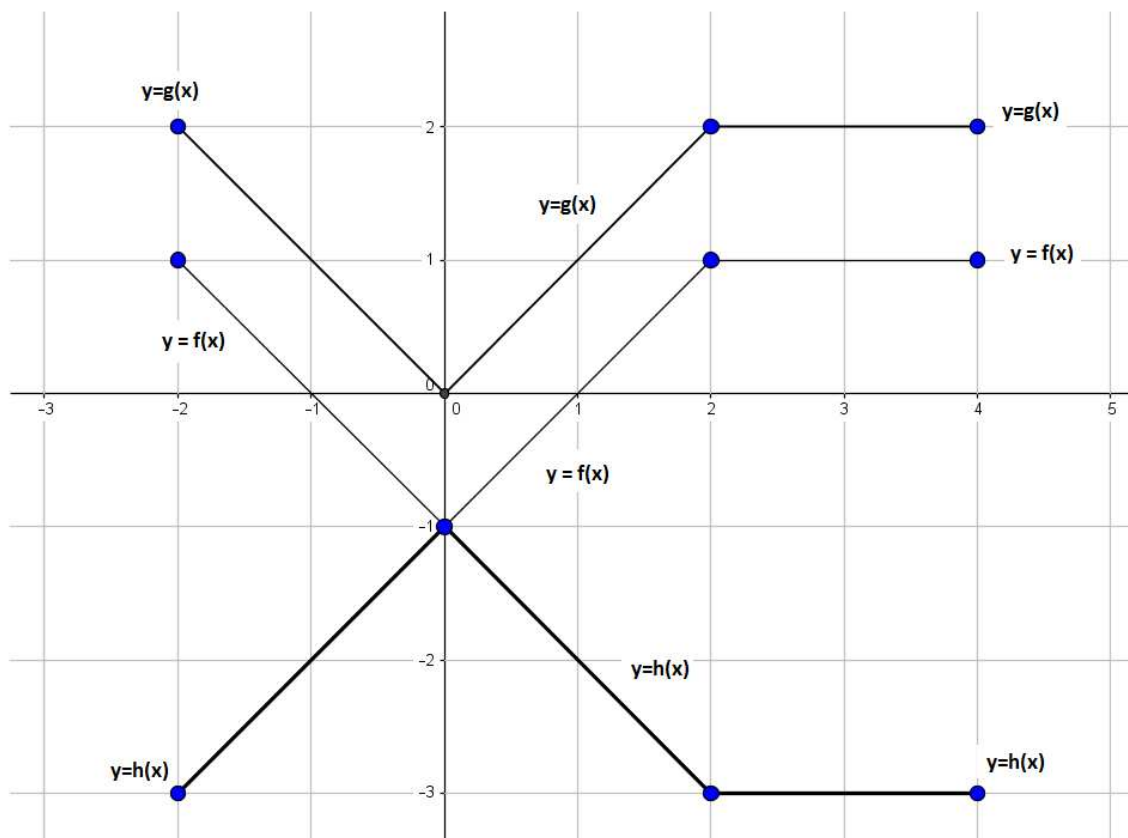
19. El dominio máximo de una función cuyo criterio es  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  corresponde a

- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $]0, +\infty[$
- C)  $[0, +\infty[$
- D)  $\mathbb{R} - \{0\}$

20. Sea una función  $f: \{1,2,3,4,5\} \rightarrow A_f$ , entonces se puede asegurar con certeza que el ámbito  $A_f$  tiene

- A) menos de seis elementos
- B) al menos cinco elementos
- C) exactamente cuatro elementos
- D) exactamente cinco elementos

A continuación se presenta la gráfica de las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$  en un mismo plano cartesiano, para contestar los ítems 21, 22 y 23.



21. Si  $x \in [-2, 4]$ ,  $g(x)$  es igual a

- A)  $f(x) + 1$
- B)  $f(x) - 1$
- C)  $h(x) - 2$
- D)  $-h(x) + 1$

22. Si  $x \in [-2, 4]$ ,  $h(x)$  es igual a

- A)  $-f(x)$
- B)  $f(x) - 1$
- C)  $g(x) - 2$
- D)  $-g(x) - 1$

23. El rango de  $f(x)$  corresponde al rango de

- A)  $-h(x)$
- B)  $g(x) - 1$
- C)  $g(x - 1)$
- D)  $h(x - 1)$

24. Un servicio de transporte cobra 300 colones por  $km$  recorrido más 50 colones por minuto y un costo base de 500 colones. Si una persona tiene que recorrer  $x km$  para trasladarse al trabajo y contrata el servicio, una relación lineal que modele la situación diariamente, si tarda 10 minutos en el traslado todos los días, corresponde a

- A)  $y = 300x + 500$
- B)  $y = 300x + 50$
- C)  $y = 300x + 800$
- D)  $y = 300x + 1000$

25. Considere la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (a + 1)x^2 + ax$  con  $a > -1$ . Analice las siguientes afirmaciones:

- I. La gráfica de  $f$  contiene al origen del sistema de coordenadas.
- II. La gráfica de  $f$  es cóncava hacia abajo.
- III. Si  $a = 0$  el eje de simetría de la gráfica de  $f$  es el eje Y.

De ellas, se cumplen con certeza, solamente

- A) I
- B) II
- C) I y II
- D) I y III

26. Sea  $f: ]-1, 3[ \rightarrow \mathbb{R}$  una función tal que  $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ . El ámbito de  $f$  corresponde a

A)  $[2, +\infty[$

B)  $\{6\}$

C)  $]1, 6]$

D)  $[2, 6[$

27. Considere la función  $s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $s(x) = (-2x + 1)(3x - 4)$ . El mayor intervalo donde  $s$  es decreciente corresponde a

A)  $] -\infty, \frac{11}{12}]$

B)  $] -\infty, -\frac{5}{12}]$

C)  $[\frac{11}{12}, +\infty[$

D)  $[-\frac{5}{12}, +\infty[$

28. Si  $f: [0, 3[ \rightarrow A$  es una función biyectiva tal que  $f(x) = -x^2$  entonces  $A$  es el siguiente conjunto

A)  $[0, 9[$

B)  $]0, 9]$

C)  $] -9, 0]$

D)  $[-9, 0[$

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica  
Instituto Tecnológico de Costa Rica



II EXAMEN PARCIAL 2016

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

NOMBRE COMPLETO: \_\_\_\_\_

COLEGIO: \_\_\_\_\_

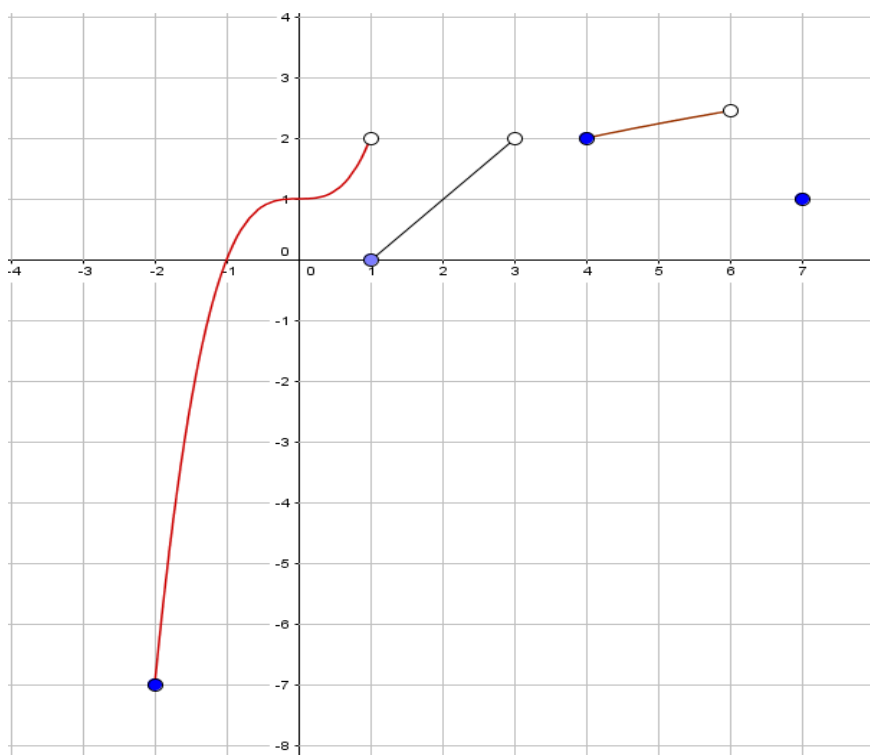
CÓDIGO: \_\_\_\_\_

	Valor	Puntos obtenidos
<b>Respuesta Corta</b>	<b>10 puntos</b>	
#1 de desarrollo	6 puntos	
#2 de desarrollo	5 puntos	
#3 de desarrollo	4 puntos	
#4 de desarrollo	5 puntos	
Total		

**SEGUNDA PARTE. RESPUESTA CORTA (Valor 10 puntos)**

De acuerdo con la siguiente gráfica de la función  $f$ , escriba lo que se le solicita en el espacio indicado.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ |x - 1| & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \sqrt{x} & \text{si } 4 \leq x < 6 \\ 1 & \text{si } x = 7 \end{cases}$$



- a) El dominio de  $f$  corresponde a \_\_\_\_\_
- b) El ámbito de  $f$  corresponde a \_\_\_\_\_
- c) Las intersecciones con los ejes corresponden a \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
- d) El conjunto solución de  $f(x) \geq 0$  corresponde a \_\_\_\_\_
- e) El conjunto solución de  $f(x) < 0$  corresponde a \_\_\_\_\_
- f) El valor numérico de  $\frac{f(7) \cdot f(-1)}{f(0)}$  corresponde a \_\_\_\_\_
- g) El conjunto solución de  $f(x) \geq 2$  corresponde a \_\_\_\_\_
- h) Un intervalo donde  $f$  es creciente corresponde a \_\_\_\_\_

**TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 20 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (6 puntos) Determine el conjunto solución en  $\mathbb{R}$  de la siguiente inecuación:

$$\frac{3-x}{x-2} \leq \frac{x-5}{1-x}$$

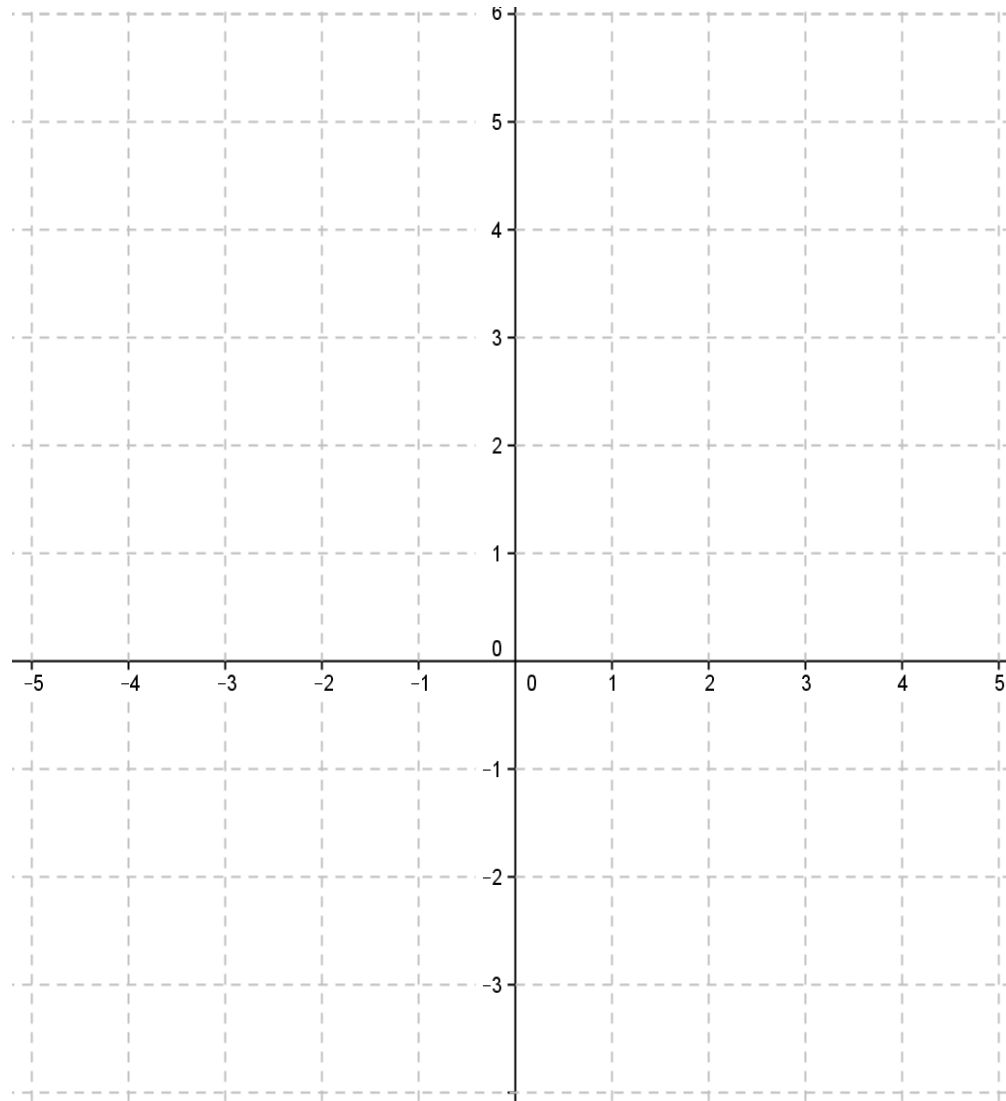
2. (5 puntos) Determine el dominio máximo  $D$  de la función  $g: D \rightarrow \mathbb{R}$  cuyo criterio es el siguiente:

$$g(x) = \sqrt{\frac{4x-3}{x-5}} + \frac{\sqrt[3]{1-2x}}{x^2+3x+2}$$



3. (4 puntos) Trace la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x < 1. \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$



4. (5 puntos) Resuelva mediante ecuaciones el siguiente problema.

Una compañía de televisión por cable da servicio a 5000 viviendas y cobra 20 dólares al mes. Una investigación de mercadeo indica que por cada dólar que se reduzca en la mensualidad, se obtendrán 500 clientes nuevos. Determine el precio mensual que dará el mayor ingreso.