

Número de Examen _____



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

PROYECTO MATEM

Matemática en la Enseñanza Media

Undécimo año

I EXAMEN PARCIAL

FÓRMULA 1

NOMBRE: _____

Abril, 2009

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección y está constituida por 32 ítems; y la segunda es de desarrollo y la conforman 4 ítems.
- El examen debe ser contestado en las hojas de respuestas que se le darán para tal efecto.
- En cada una de las hojas de respuesta debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro. Si el **examen contiene** partes escritas con **lápiz** usted **pierde el derecho a reclamar**.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Para los ítems de selección, en la hoja de respuestas, usted debe rellenar con lápiz la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. DE SELECCIÓN. (VALOR 32 PUNTOS)

1. El conjunto solución de $3x(x-3) = (x-3)^2$ es

- a. $\{-3\}$
- b. $\left\{\frac{-3}{2}\right\}$
- c. $\left\{\frac{3}{2}, -3\right\}$
- d. $\left\{-\frac{3}{2}, 3\right\}$

2. Una solución de $5 = 9(1-x)^2$ es

- a. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- b. $\frac{\sqrt{14}}{3}$
- c. $1 - \frac{\sqrt{5}}{3}$
- d. $\frac{1 + \sqrt{37}}{9}$

3. La ecuación $-\sqrt{3}x^2 + 5\sqrt{2}x - 3\sqrt{3} = 0$

- a. no tiene soluciones reales
- b. tiene dos soluciones enteras y una solución irracional
- c. tiene dos soluciones racionales
- d. tiene dos soluciones irracionales

4. La cantidad de soluciones distintas de la ecuación $x^5 - 5x^4 = x^2 - 5x^3$ es

- a. 1
- b. 2
- c. 4
- d. 5

5. El conjunto solución de la ecuación $\frac{9-x^2}{3-x} - \frac{2-x-x^2}{x+2} = 0$ es el siguiente:

- a. $\{ \}$
- b. $\{-1\}$
- c. $\{-2,3\}$
- d. $\{-2,-1,3\}$

6. El conjunto solución de la ecuación $\frac{3x}{x-2} - \frac{6}{x-2} = 1$ es

- a. $\{ 2 \}$
- b. $\{ -2 \}$
- c. $\left\{ \frac{7}{3} \right\}$
- d. \emptyset

7. El conjunto solución de la ecuación $\left(x + \frac{8x+6}{x-3} \right) \left(x+1 + \frac{2x+2}{x+2} \right) = 0$ tiene

- a. una sola solución real.
- b. solamente dos soluciones reales.
- c. tres soluciones reales.
- d. cuatro soluciones reales.

8. El conjunto solución de la inecuación $\left| \frac{7}{2} - x \right| \geq \frac{11}{2}$ es

- a. $[-9, 2]$
- b. $]-\infty, -2] \cup [9, +\infty[$
- c. $[-2, 9]$
- d. $]-\infty, -9] \cup [-2, +\infty[$

9. El conjunto solución de $-2 - |-x+4| \geq 0$ es

- a. \emptyset
- b. $[-6, 2]$
- c. \mathbb{R}
- d. $\mathbb{R} - \{4\}$

10. El conjunto solución de $2x^3 - 7x > x^2 - 6$ es

- a. $] -2, 1[\cup] \frac{3}{2}, +\infty[$
- b. $] -\infty, -2[\cup] 1, \frac{3}{2}[$
- c. $] -\infty, -\frac{3}{2}[\cup] -1, 2[$
- d. $] -\infty, -2[\cup] -\frac{3}{2}, 1[$

11. El conjunto solución de la inecuación $\frac{(2-x)(-2x+3)}{2x^2-x-3} \leq 0$ es

- a. $] -\infty, -1[\cup] 2, +\infty[$
- b. $] -1, \frac{3}{2}[\cup] \frac{3}{2}, 2[$
- c. $] -1, 2[$
- d. $] -2, 1[$

12. El conjunto solución de la ecuación $|-2x-3|=3$ es

- a. $\{0\}$
- b. $\{-3\}$
- c. $\{0, 3\}$
- d. $\{0, -3\}$

13. El conjunto solución de la ecuación $3 - \sqrt{x^2 - 9} = 0$ es

- a. $\{6\}$
- b. $\{3\sqrt{2}\}$
- c. $\{3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}\}$
- d. $\{3\sqrt{3}, -3\sqrt{3}\}$

14. El conjunto solución de la ecuación $\sqrt[3]{x} - 6 = \sqrt[6]{x}$ es

- a. $\{-2, 3\}$
- b. $\{64\}$
- c. $\{729\}$
- d. $\{64, 729\}$

15. Si a es un número real menor que 1, entonces el conjunto solución de $ax \leq x+5$ es

- a. $\left[\frac{5}{a-1}, +\infty \right[$
- b. $\left[\frac{5}{1-a}, +\infty \right[$
- c. $\left] -\infty, \frac{5}{a-1} \right]$
- d. $\left] -\infty, \frac{5}{1-a} \right]$

16. El conjunto solución de $x^2 - 1 > -5x$ es

- a. $\left] -\infty, \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \right[\cup \left] \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}, +\infty \right[$
- b. $\left] -\infty, \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \right[\cup \left] \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, +\infty \right[$
- c. $\left] \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}, \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \right[$
- d. $\left] \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \right[$

17. Considere el polinomio $P(x) = -x(x-3)^5(2x-1)^6$. Se puede asegurar que $P(x) \geq 0$ si x pertenece al siguiente conjunto

- a. $[0, 3]$
- b. $] -\infty, 0] \cup [3, +\infty[$
- c. $\left[0, \frac{1}{2} \right] \cup [3, +\infty[$
- d. $] -\infty, 0] \cup [3, +\infty[\cup \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

18. El conjunto solución de $\frac{(3-x)^3(x^2+9)}{-x+2} \geq 0$ es

- a. $]2, 3]$
- b. $[2, 3]$
- c. $] -\infty, 2[\cup]2, 3]$
- d. $] -\infty, 2[\cup [3, +\infty[$

19. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 5$. El valor de la expresión

$$\frac{f(1) - f(3)}{1 - 3} \text{ corresponde a}$$

- a. -24
- b. -1
- c. 10
- d. 12

20. Considere el siguiente enunciado:

“Con un pedazo de cartón rectangular se hace una caja abierta. Para esto se recortan 4 cuadrados congruentes, cuyo lado mide x , uno en cada esquina. Si el pedazo de cartón es de 30 cm por 45 cm, exprese el volumen V de la caja como función de x ”

La función buscada corresponde a

- a. $V(x) = 4x^3 - 150x^2 + 1350x$
- b. $V(x) = 4x^2 - 150x + 1350$
- c. $V(x) = x^3 - 75x^2 + 1350x$
- d. $V(x) = x^2 - 75x + 1350$

21. Considere la función $g:]-1, 5[\rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \begin{cases} 5 - x, & \text{si } x < 1 \\ x + 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ y

analice las siguientes afirmaciones:

- I. 6 pertenece al ámbito de g
- II. $(0, 5)$ pertenece al gráfico de g

De ellas, son verdaderas

- a. I y II
- b. Solamente I
- c. Solamente II
- d. Ninguna

22. Si el par ordenado $(n-3, 2n+2)$ corresponde a un punto de la gráfica de la función $f(x) = 3 - 3x$ el valor de n es

- a. -2
- b. 2
- c. $\frac{8}{5}$
- d. 0

23. Considere las siguientes funciones:

I $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = 3x - 4$

II $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $g(x) = x^2$

III $h: [-3, 3[\rightarrow [0, 3]$ con $h(x) = |x|$

De las anteriores funciones son sobreyectivas:

- a. todas
- b. f y g
- c. g y h
- d. f y h

24. El dominio máximo de la función $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x+2}}$ es

- a. $]0, + [$
- b. $[0, + [$
- c. $[1, + [- \{4\}$
- d. $[0, + [- \{-4\}$

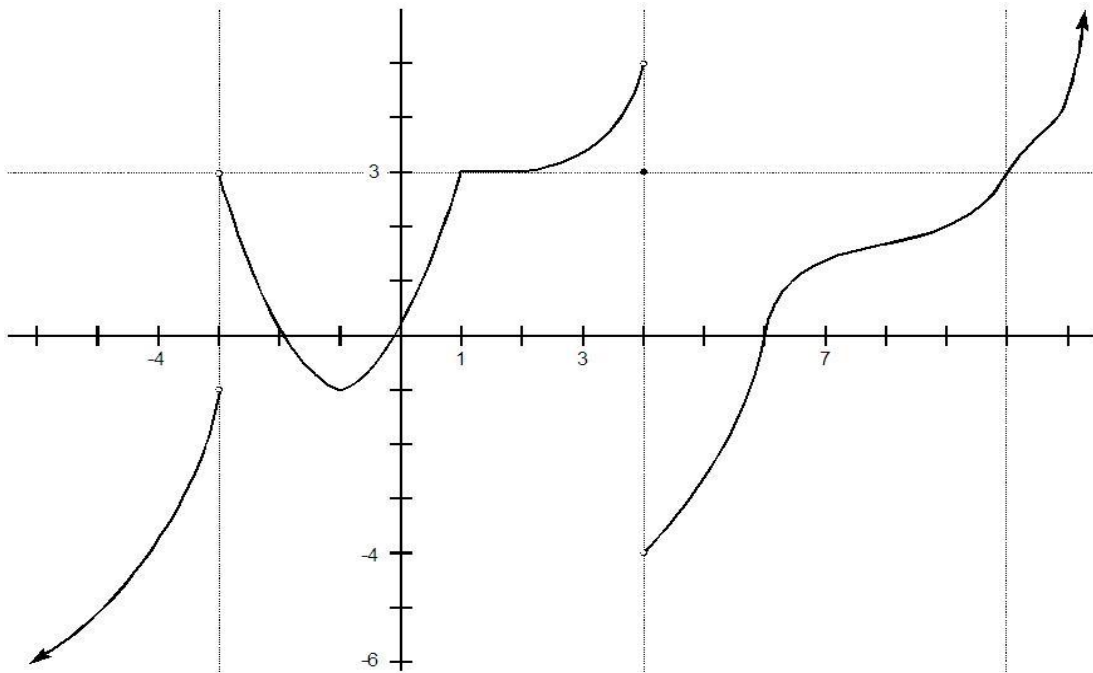
25. Si $h(x) = \frac{-5}{x-4}$ con $h:]-\infty, 4[\rightarrow]0, +\infty [$, entonces $h^{-1}(x)$ es igual a

- a. $\frac{5}{x-4}$
- b. $-\frac{1}{x}$
- c. $\frac{-5+4x}{x}$
- d. $\frac{x-4}{5}$

26. La gráfica de la función f , de criterio $f(x) = \frac{7x - x^2}{-3x}$, interseca el eje X en el punto:

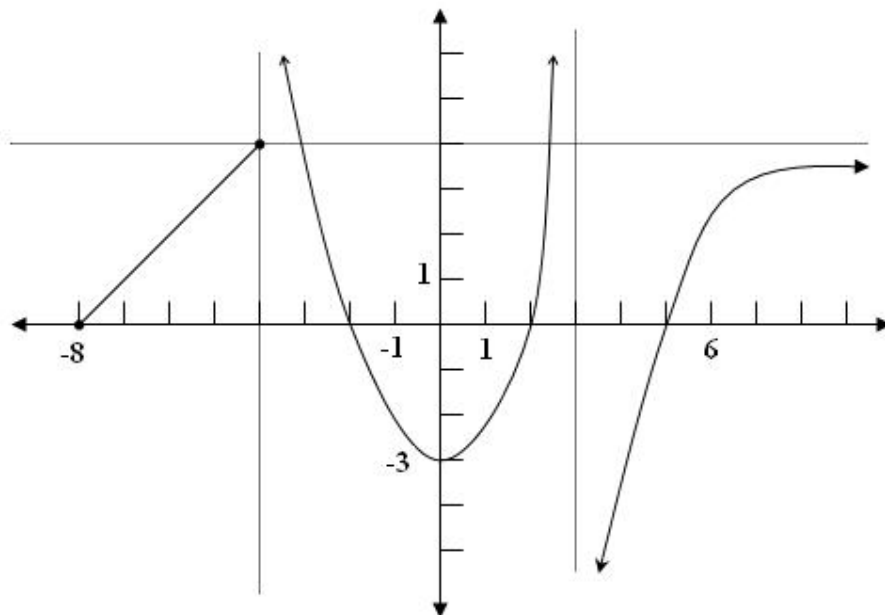
- a. (0, 0)
- b. (7, 0)
- c. (0, 7)
- d. (-7, 0)

Considere la gráfica de la función f para las preguntas 27 a 29.



27. El dominio de la función f corresponde a
- a. \mathbb{R}
 - b. $\mathbb{R} - \{-3\}$
 - c. $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$
 - d. $] -\infty, 11[$
28. Un intervalo en el que la función f es creciente corresponde a
- a. $[-5, -4]$
 - b. $] -2, -1[$
 - c. $] 3, 4]$
 - d. $] -2, 0[$
29. Un intervalo en el que la función f es negativa corresponde a
- a. $[4, 6]$
 - b. $] 4, 6]$
 - c. $[4, 6[$
 - d. $] 4, 6[$

Utilice la gráfica de la función f para contestar los ítems del 30 al 32



30. El conjunto solución de $f(x) = 0$ es

- a. $\{-3\}$
- b. $\{-8, -2, 2, 5\}$
- c. $\{-2, 2, 5\}$
- d. $\{-8, -2, 2, 5, -3\}$

31. La cantidad de preimágenes de -2 es

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4

32. Un número negativo corresponde a

- a. $f(-8)$
- b. $f(-3, 9)$
- c. $f(2, 9)$
- d. $f(3, 1)$

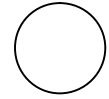
SEGUNDA PARTE. DE DESARROLLO. (VALOR 20 PUNTOS)

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

Total de puntos de desarrollo:



1. Utilice ecuaciones para resolver el siguiente problema: 4 puntos.

Se desea construir un marco rectangular con un alambre de 30 dm de largo. Si el área encerrada por el marco es 54 dm^2 , encuentre sus dimensiones.

2. Resuelva la siguiente inecuación e indique su conjunto solución.
(Valor 6 puntos)

$$\frac{2x}{3x^2 - 2x - 5} \leq \frac{5}{6x - 10} + \frac{x}{x + 1}$$

3. Considere la función $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ definida en su dominio máximo por

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x+3}.$$

- a. Encuentre el conjunto A. 3 puntos.
- b. Determine la cantidad de preimágenes de 1. 3 puntos.

4. Considere la función $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{x+2}$.

Determine:

- a. $(f \circ f)(x)$ 2 puntos.
- b. el dominio de la función $f \circ f$. 2 puntos.