UNIVERSIDAD DE COSTA RICA **PROYECTO MATEM**
SOLUCIÓN I PARCIAL MA-0125 **UNDÉCIMO AÑO**

I PARTE. SELECCIÓN

1	D	9	A	17	A	25	C
2	C	10	A	18	D	26	B
3	D	11	B	19	D	27	B
4	C	12	D	20	A	28	A
5	B	13	C	21	A	29	D
6	D	14	C	22	B	30	B
7	C	15	A	23	D	31	C
8	B	16	A	24	B	32	D

DESARROLLO

1. Se desea construir un marco rectangular con un alambre de 30 dm de largo. Si el área encerrada por el marco es $54\ dm^2$, encuentre sus dimensiones.

Solución: 4 puntos.

Sea x la medida en decímetros del largo, entonces $15-x$ es la medida del ancho, ya que el perímetro es 30 dm.

Como el área es $54\ dm^2$ se debe cumplir que $x(15-x)=54$. Basta resolver esta ecuación para determinar las medidas del largo y el ancho.

Las dimensiones del rectángulo son 6dm y 9dm.

2. Resuelva la siguiente inecuación e indique su conjunto solución.

6 puntos

$$\frac{2x}{3x^2-2x-5}\leq\frac{5}{6x-10}+\frac{x}{x+1} \quad \Leftrightarrow \frac{2x}{(3x-5)(x+1)}-\frac{5}{2(3x-5)}-\frac{x}{x+1}\leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x-5(x+1)-2x(3x-5)}{2(3x-5)(x+1)}\leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{4x-5x-5-6x^2+10x}{2(3x-5)(x+1)}\leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6x^2+9x-5}{2(3x-5)(x+1)}\leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{-\left(6x^2-9x+5\right)}{2(3x-5)(x+1)}\leq 0 \quad \Leftrightarrow \frac{6x^2-9x+5}{(3x-5)(x+1)}\geq 0$$

Como $6x^2-9x+5$ es positivo para cualquier número real, la inecuación es equivalente a $\frac{1}{(3x-5)(x+1)}\geq 0$ y esta a su vez es equivalente a $(3x-5)(x+1)>0$.

	$-\infty$ -1	-1 $\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$ $+\infty$
$3x-5$	-	-	+
$x+1$	-	+	+
$\frac{1}{(3x-5)(x+1)}$	+	-	+

Por lo tanto, el conjunto solución de la inecuación es $S = \left]-\infty,-1\right[\cup \left]\frac{5}{3},+\infty\right[$.

3. Considere la función $f : A \to \mathbb{R}$ definida en su dominio máximo por $f(x) = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x+3}$.

a. Encuentre el conjunto A. 3 puntos.

El dominio de *f* es el conjunto de todos los números reales que satisfacen que $x+3 \neq 0$ y $9-x^2 \geq 0$:

$$x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$$

$$9-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (3-x)(3+x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-3,3]$$

Entonces $D_f = \left]-3,3\right]$

	-∞ ... -3	-3 ... 3	3 ... +∞
$3+x$	-	+	+
$3-x$	+	+	-
$(3-x)(3+x)$	-	+	-

b. Determine la cantidad de preimágenes de 1. 3 puntos.

Se debe determinar la cantidad de soluciones de la ecuación $f(x) = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x+3} = 1$:

$$\frac{\sqrt{9-x^2}}{x+3} = 1 \Rightarrow \sqrt{9-x^2} = x+3 \Rightarrow 9-x^2 = x^2+6x+9 \Leftrightarrow 0 = 2x^2+6x \Leftrightarrow x=0 \vee x=-3$$

Como $-3 \notin D_f$ entonces hay una única preimagen de 1.

4. Considere la función $f : \mathbb{R}-\{-2\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$.

Determine:

a. $(f \circ f)(x)$ 2 puntos.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x+2}\right) = \frac{\frac{x}{x+2}}{\frac{x}{x+2}+2} = \frac{x}{3x+4}$$

b. el dominio de la función $f \circ f$. 2 puntos.

$$D_f = \mathbb{R}-\{-2\}$$

$$f(x) = \frac{x}{x+2} \neq -2 \Leftrightarrow x \neq -2x-4 \Leftrightarrow 3x \neq -4 \Leftrightarrow x \neq -\frac{4}{3}$$

$$D_{f\circ f} = \mathbb{R}-\left\{-2,-\frac{4}{3}\right\}$$