*Universidad de Costa Rica*
*Escuela de Matemática*
*Proyecto MATEM 2011*

**http://matem.emate.ucr.ac.cr/**
tel. (506) 2511-4528

# PROYECTO MATEM
# -Matemática en la Enseñanza Media-

## MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

## I EXAMEN PARCIAL 2011

Nombre: ______________________________________________

Colegio: ______________________________________________

Código: ______________________________________________

FÓRMULA 1

Sábado 30 de abril, 2011

# INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente las instrucciones y las preguntas, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única y está constituida por 30 ítems (30 puntos); y la segunda es de desarrollo y la conforman 4 ítems (16 puntos).
- La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Debe llenar ésta con la información que se le solicita.
- En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En la hoja de respuestas en que responde los ítems de selección**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- En el desarrollo utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Puede utilizar calculadora que realice únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**
- Tiempo máximo para resolver la prueba: **3 horas**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA **(Valor 30 puntos)**

Puede utilizar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solamente se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas. Vale un punto cada respuesta correcta.

1) Si $P(x)=x^3-7x+6$ es un polinomio tal que que $P(2)=0$, entonces se puede afirmar que una de las soluciones de la ecuación $P(x)=0$ es

a. –1

b. –2

c. –3

d. 3

2) Considere el polinomio $P(x)=x^3+x^2+4x+4$, entonces la ecuación $P(x)=0$ tiene como soluciones

a. $-1$ y otros dos números reales

b. 1 y otros dos números reales

c. únicamente el número 1

d. únicamente el número –1

3) Considere A, el conjunto solución de la ecuación $\sqrt{1-x}-x=2x+1$. Se puede afirmar que

a. A es un conjunto vacío

b. A contiene un solo elemento

c. A contiene 2 elementos

d. A contiene 4 elementos

4) El conjunto solución de la ecuación $\frac{\sqrt[3]{2}}{x}+x=0$ es

a. $\varnothing$

b. $\mathbb{R}$

c. $\left\{-\sqrt{\sqrt[3]{2}}\right\}$

d. $\left\{-\sqrt{\sqrt[3]{2}}, \sqrt{\sqrt[3]{2}}\right\}$

5) Considere la ecuación $\left(x^2+k\right)\left(x^2+4x+k\right)=0$. Para que su conjunto solución contenga un único elemento, los valores de $k$ deben pertenecer al conjunto

a. $\mathbb{R}^+$

b. $\mathbb{R}^+-\{4\}$

c. $\{2\}$

d. $\{4\}$

6) Sea $\{-2,1,3\}$ el conjunto solución de la ecuación $P(x)=0$, donde $P(x)$ es un polinomio de grado 3, entonces la factorización del polinomio $P(x)\cdot(x+2)^2$ puede ser

a. $(x+2)^3(x-3)(x-1)$

b. $(x-2)^3(x-3)(x-1)$

c. $(x+2)^2(x+3)(x+1)$

d. $(x+2)^2(x-2)(x+3)(x+1)$

7) El conjunto solución de la ecuación $|3-x|=-5$ es

a. $\varnothing$

b. $\{-2\}$

c. $\{2\}$

d. $\{8\}$

8) Un número que pertenece al conjunto solución de la inecuación $(x+2)(x-3)<0$ es

a. $-2$

b. $-4$

c. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

9) Si el conjunto solución de la inecuación $\left(\frac{x-1}{3}-2\right)^k<0$ es el intervalo $]-\infty,7[$ entonces el valor de $k$ puede ser

a. cero

b. un número real cualquiera

c. un número impar positivo

d. un número par positivo

10) El conjunto solución de la inecuación $\dfrac{(x^2+x+1)(3-x)}{x^2+x} \geq 0$ , es el conjunto

a. $]-\infty,-1] \cup [0,3]$

b. $]-\infty,-1[ \cup ]0,3]$

c. $]-1,0[ \cup [3,+\infty[$

d. $]-\infty,0] \cup [1,3[$

11) El conjunto solución de la inecuación $|x-1| \leq 0$ , es el conjunto

a. $\{1\}$

b. $]-\infty,1]$

c. $\mathbb{R}$

d. $\mathbb{R}-\{1\}$

12) El conjunto solución de la inecuación $|3-x| > 3$ , es el conjunto

a. $]-6,0[$

b. $]0,6[$

c. $]-\infty,0[ \cup ]6,+\infty[$

d. $\mathbb{R}$

13) Si $\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}$ entonces se cumple con certeza

a. $\left|x - 2\sqrt{2}\right| > \sqrt{2}$

b. $\left|x - 2\sqrt{2}\right| < \sqrt{2}$

c. $\left|x - \sqrt{2}\right| < 2\sqrt{2}$

d. $|x| < 2\sqrt{2}$

14) Considere el siguiente problema: *"La diagonal de un rectángulo mide* $10\,dm$*. Calcule la medida del largo y el ancho si estas cantidades suman* 14 *dm."* Si $x$ es la medida del ancho, una ecuación que permite resolver el problema anterior es

a. $x^2 - 14x + 48 = 0$

b. $x^2 + 14x + 48 = 0$

c. $x^2 - 14x + 98 = 0$

d. $2x^2 + 14x + 196 = 0$

15) Los elementos del conjunto $G$ son pares ordenados que determinan una relación entre los elementos de los conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{a, b, d\}$. Si esta relación es una función con dominio el conjunto $A$, entonces el conjunto $G$ puede ser

a. $G = \{(a,b), (c,a), (b,a), (c,d)\}$

b. $G = \{(a,a), (b,a), (d,d), (a,b)\}$

c. $G = \{(a,a), (b,b), (d,a), (c,d)\}$

d. $G = \{(d,c), (c,b), (b,c), (c,a)\}$

16) Sea $f$ una función cuyo criterio es $f(x)=\sqrt{\dfrac{1}{x^2-x-2}}$ entonces el dominio de $f$ es

a. $\left]-\infty,-1\right] \bigcup \left[2,+\infty\right[$

b. $\mathbb{R}-\{-1,2\}$

c. $\mathbb{R}-[-1,2]$

d. $\mathbb{R}-\left]-1,2\right[$

17) Sea $f:\left[0,+\infty\right[\to\mathbb{R}$ una función cuyo criterio es $f(x)=\sqrt{x+2}-x+2$. Entonces la preimagen de 2 es

a. 2

b. 0

c. –1

d. –2

18) Considere una función $f:\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{2}\right\}\to\mathbb{R}$ cuyo criterio es $f(x)=\dfrac{4x^2-3x+1}{2x-1}$. Entonces la imagen de $-\dfrac{1}{2}$ es

a. $\dfrac{1}{4}$

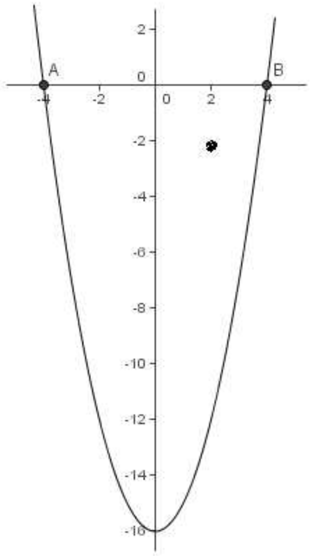
b. $-\dfrac{3}{4}$

c. $-\dfrac{7}{4}$

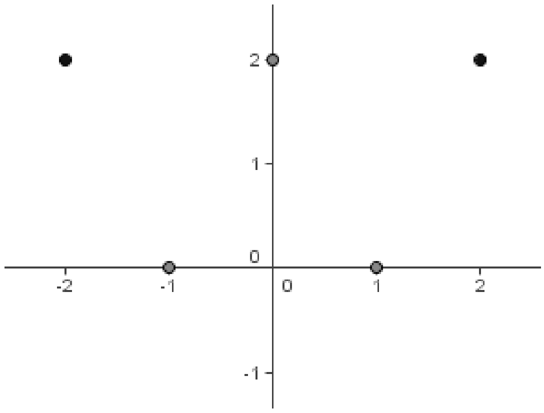
d. –7

19) Considere las siguientes relaciones,

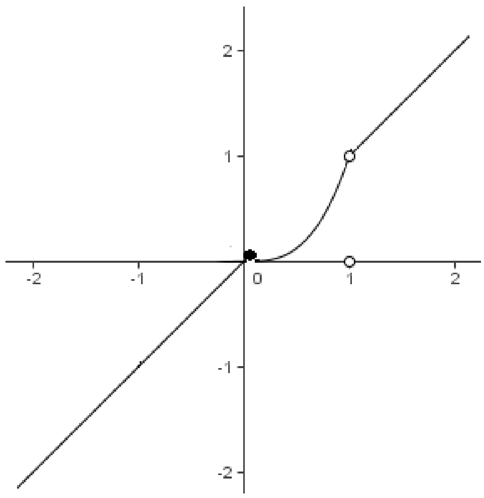
I) $f:[-2,2]\to\mathbb{R}$




II) $f:\{-2,-1,0,1,2\}\to\mathbb{R}$




III) $f:[-2,2]-\{1\}\to\mathbb{R}$




De ellas, representan una función

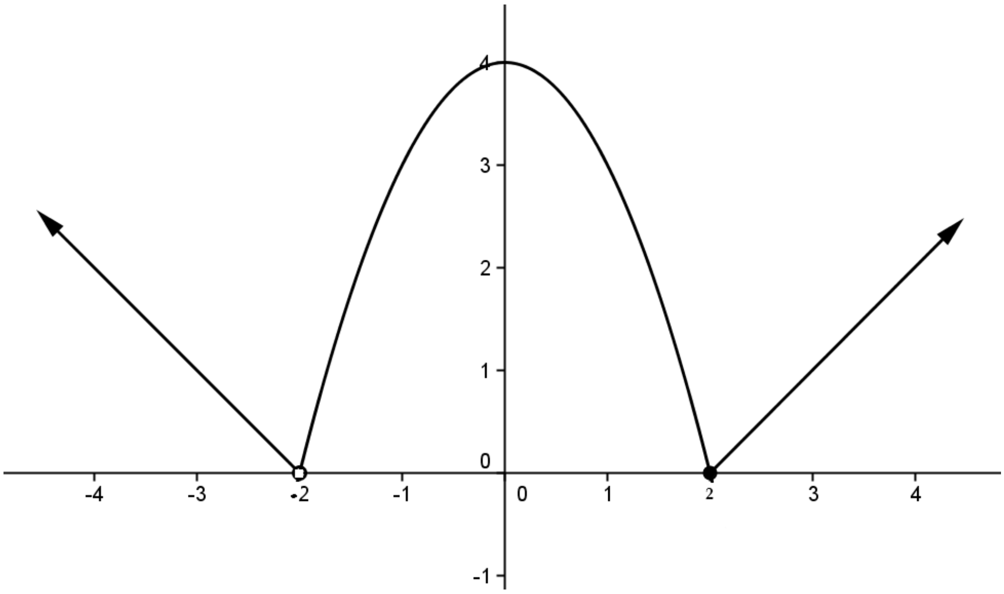
a. I y II

b. I y III

c. II y III

d. I, II y III

20) Si la gráfica corresponde a una función $f:\mathbb{R}-\{-2\}\rightarrow\mathbb{R}$ , entonces el criterio de ésta función es



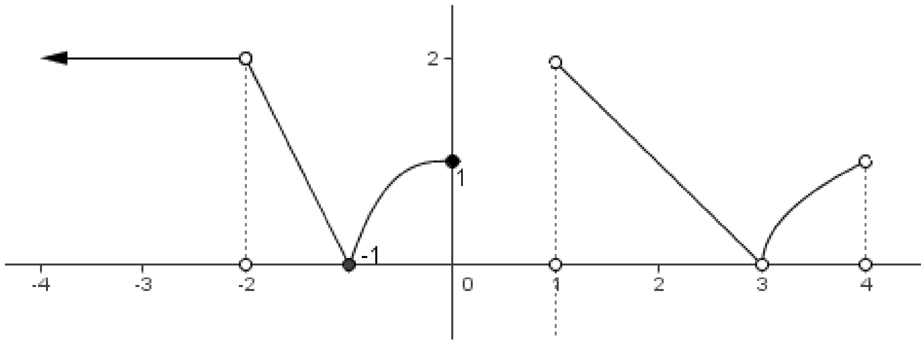

a. $$f(x)=\begin{cases} |x|-2 \ \text{ si } \ ]-\infty,-2[\bigcup[2,+\infty[ \\ 4-x^2 \ \text{ si } \ x\in\ ]-2,2[ \end{cases}$$

b. $$f(x)=\begin{cases} |x|-2 \ \text{ si } \ ]-\infty,-2[\bigcup]2,+\infty[ \\ 4-x^2 \ \text{ si } \ x\in\ ]-2,2[ \end{cases}$$

c. $$f(x)=\begin{cases} |x|-2 \ \text{ si } \ ]-\infty,-2]\bigcup[2,+\infty[ \\ 4-x^2 \ \text{ si } \ x\in\ ]-2,2[ \end{cases}$$

d. $$f(x)=\begin{cases} |\mathrm{x}|-2 \ \text{ si } \ ]-\infty,-2[\bigcup]2,+\infty[ \\ 4-x^2 \ \text{ si } \ x\in[-2,2] \end{cases}$$

21) Considere la siguiente gráfica de una función, entonces su dominio es



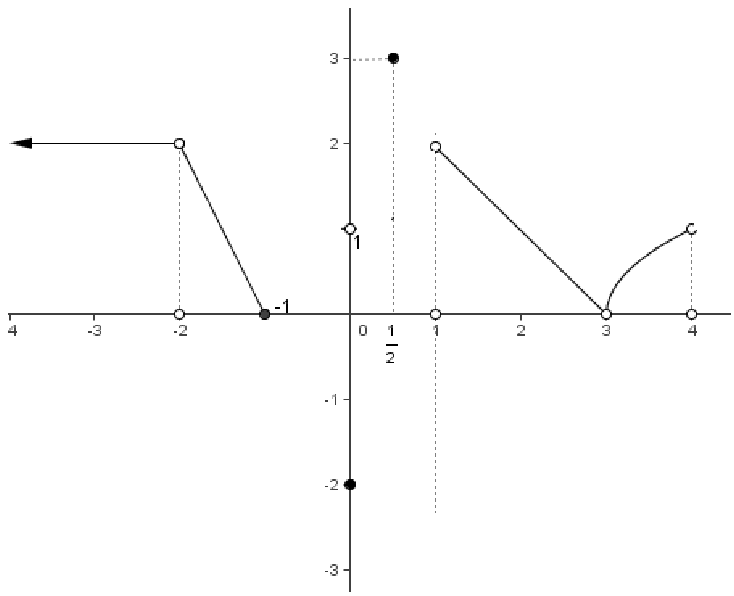

a. $\left]-\infty,-2\right[ \bigcup \left]-2,-1\right[ \bigcup \left]-1,0\right[ \bigcup \left]1,4\right[$

b. $\left]-\infty,-2\right[ \bigcup \left]-2,0\right] \bigcup \left]1,3\right[ \bigcup \left]3,4\right[$

c. $\left]-4,-2\right[ \bigcup \left]-2,0\right] \bigcup \left]1,3\right[ \bigcup \left]3,4\right[$

d. $\left]-\infty,0\right] \bigcup \left]1,4\right[$

22) Considere la siguiente gráfica de una función, entonces su ámbito es




a. $\left[-2,3\right]$

b. $\left]-\infty,0\right] \bigcup \{-2,3\}$

c. $\left[0,2\right[ \bigcup \{-2,3\}$

d. $\left[0,2\right] \bigcup \{-2,3\}$

23) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función cuyo criterio es $f(x)=2ax-x+1$. Si $f$ es decreciente, un posible valor de $a$ es

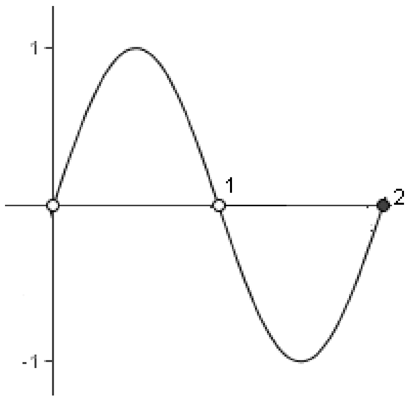
a. $2$

b. $\sqrt{5}$

c. $\frac{1}{2}$

d. $0$

24) Considere la siguiente gráfica de una función $f$.




Se puede afirmar que $f(x)\geq 0$ en el conjunto

a. $]1,2[$

b. $]1,2]$

c. $]0,1[\cup\{2\}$

d $[0,1]\cup\{2\}$

**Con base en la siguiente información responda las preguntas 25 y 26**

Considere la función $f:\{1,2,3,4,5,6,7\}\to\mathbb{R}$ cuyo criterio es $f(x)=\begin{cases}2x & \text{si } x\in\{1,2,3,4\}\\ \dfrac{1}{2x} & \text{si } x\in\{5,6,7\}\end{cases}$.

25) Con respecto a la monotonía de *f* se puede afirmar que

a. $f$ es creciente en $\{1,2,3,4\}$

b. $f$ es decreciente en $\{1,2,3,4\}$

c. $f$ es creciente en $\{5,6,7\}$

d. $f$ es decreciente en todo su dominio

26) Con respecto a los conjuntos donde *f* está definida, se puede afirmar que

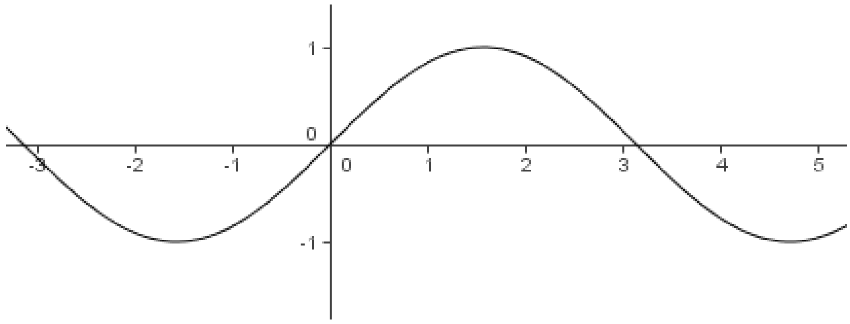
a. $f$ es sólo sobreyectiva

b. $f$ es sólo inyectiva

c. $f$ es biyectiva

d. $f$ no es inyectiva ni sobreyectiva

**Con base en la siguiente gráfica, que corresponde a una función $f$, responda las preguntas 27, 28 y 29**




27) Se puede afirmar $f$ es inyectiva en el intervalo

a. $]-\infty, +\infty[$

b. $]2, 4[$

c. $[0, 3[$

d. $]-3, -1[$

28) Se puede afirmar $f(x) < 0$ en el intervalo

a. $]-1, 1[$

b. $]2, 4[$

c. $[4, 5[$

d. $[-3, 0]$

29) Con respecto a su monotonía, se puede afirmar que $f$ es

a. decreciente en $]-1, 1[$

b. creciente en $]1, 2[$

c. creciente en $]2, 3[$

d. decreciente en $[3, 4[$

30) El área $A$ de un rectángulo cuyo perímetro es 20 cm, se puede expresar como una función de la longitud $x$ de uno de sus lados, de la siguiente manera

a. $A:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ donde $A(x)=10x-x^2$

b. $A:\mathbb{R}\to\left]0,+\infty\right[$ donde $A(x)=10x-x^2$

c. $A:\left]0,10\right[\to\left]0,+\infty\right[$ donde $A(x)=10x-x^2$

d. $A:\left]0,10\right[\to\left]0,10\right[$ donde $A(x)=10x-x^2$

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM 2011

Sábado 30 de abril, 2011
Tercer Examen Parcial
Tiempo Máximo: 3 horas

Puntos Obtenidos

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________

CÓDIGO: ______________________________

COLEGIO: ______________________________

## SEGUNDA PARTE. DESARROLLO **(Valor total 16 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

(Valor: 4 puntos)

$$5-4x+\frac{3}{x}=\frac{x+2}{2x}$$

2) Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-4$

a) Determine si $f$ es invertible. Justifique su respuesta. (Valor: 2 puntos)

b) Calcule la **función** inversa de $f$ (Valor: 2 puntos)

3) Considere las siguientes funciones

- $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x-1$
- $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+1$

Calcule $\left(f\circ g\right)(x)-\left(g\circ f\right)(x)$ (Valor: 4 puntos)

4) Plantee y resuelva el siguiente problema mediante ecuaciones:

*Un terreno rectangular de dimensiones 26 m por 30 m, se bordea exteriormente por un camino de ancho uniforme. Si se sabe que el área del camino es 240 $m^2$, calcule la medida que tiene el ancho del camino.*

(Valor: 4 puntos)