

## Solucionario I Parcial MA0125 Undécimo 2011

### SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor total 16 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

(Valor: 4 puntos)

$$5 - 4x + \frac{3}{x} = \frac{x+2}{2x}$$

Restricción:  $x \neq 0$

$$\frac{2x(5-4x)}{2x} + \frac{2 \cdot 3}{2x} = \frac{x+2}{2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10x - 8x^2 + 6}{2x} = \frac{x+2}{2x}$$

$$\Leftrightarrow -8x^2 + 10x + 6 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow 0 = 8x^2 - 9x - 4$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 81 + 128$$

$$\Delta = 209$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{209}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{209}}{16}$$

$$x_2 = \frac{9 - \sqrt{209}}{16}$$

$$S: \left\{ \frac{9 + \sqrt{209}}{16}, \frac{9 - \sqrt{209}}{16} \right\}$$

2) Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 - 4$

a) Determine si  $f$  es invertible. Justifique su respuesta.

(Valor: 2 puntos)

*Inyectiva*

$$f(x) = f(y)$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 4 = 2y^3 - 4$$

$$\Leftrightarrow x^3 = y^3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{y^3}$$

$$\Leftrightarrow x = y$$

*Sobreyectiva:* la función es creciente en todo su dominio y todos sus elementos en el ámbito  $\mathbb{R}$  tienen una preimagen en su dominio  $\mathbb{R}$

Como  $f$  es inyectiva y sobreyectiva entonces  $f$  es biyectiva y tiene inversa

b) Calcule la **función** inversa de  $f$

(Valor: 2 puntos)

$$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y = 2x^3 - 4$$

$$\Leftrightarrow y + 4 = 2x^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{y+4}{2} = x^3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{y+4}{2}} = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+4}{2}}$$

3) Considere las siguientes funciones

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 3x - 1$

- $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x + 1$

Calcule  $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$

(Valor: 4 puntos)

$$= f(g(x)) - g(f(x))$$

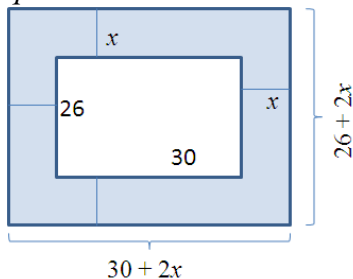
$$= (2x+1)^2 + 3(2x+1) - 1 - [2(x^2 + 3x - 1) + 1]$$

$$= 4x^2 + 4x + 1 + 6x + 3 - 1 - 2x^2 - 6x + 2 - 1$$

$$= 2x^2 + 4x + 4$$

4) Plantee y resuelva el siguiente problema mediante ecuaciones:

Un terreno rectangular de dimensiones 26 m por 30 m, se bordea exteriormente por un camino de ancho uniforme. Si se sabe que el área del camino es 240 m<sup>2</sup>, calcule la medida que tiene el ancho del camino. (Valor: 4 puntos)



$x$ : ancho del camino

área del terreno: 780 m<sup>2</sup>

rectángulo considerando el terreno y el camino:

- ancho:  $26+2x$
- largo:  $30+2x$
- área:  $(26+2x)(30+2x)$

área camino:  $(26+2x)(30+2x) - 30 \cdot 26$

Ecuación:

$$(30 + 2x)(26 + 2x) - 30 \cdot 26 = 240$$

$$\Leftrightarrow 780 + 60x + 52x + 4x^2 - 780 = 240$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 112x - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x^2 + 28x - 60) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 28x - 60 = 0$$

$$\Delta = (28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -60$$

$$\Delta = 784 + 240$$

$$\Delta = 1024$$

$$\sqrt{\Delta} = 32$$

$$x = \frac{-28 \pm 32}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = -30 \text{ o bien } x_2 = 2$$

Solución de la ecuación:  $x = 2$

Se descarta  $x = -30$  por haber sido definido como una longitud (positiva)

Por lo tanto, el ancho del camino es 2 m

### **RESPUESTAS I PARTE: SELECCIÓN ÚNICA**

1	c	7	a	13	b	19	c	25	a
2	d	8	c	14	a	20	a	26	b
3	b	9	c	15	c	21	b	27	b
4	a	10	b	16	c	22	d	28	c
5	d	11	a	17	a	23	d	29	d
6	a	12	c	18	c	24	c	30	d