UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

PROYECTO MATEM

Matemática en la Enseñanza Media

Undécimo año

II EXAMEN PARCIAL

FÓRMULA 1

NOMBRE: ____________________________________

7 de Agosto, 2009

Viernes 7 de agosto del 2009
Segundo Examen Parcial
Tiempo Probable: 3 horas
MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL NIVEL: UNDÉCIMO AÑO

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección y está constituida por 31 ítems; y la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems.
- El examen debe ser contestado en las hojas de respuestas que se le darán para tal efecto.
- En cada una de las hojas de respuesta debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En los ítems de selección utilice la hoja de respuestas**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- Utilice únicamente bolígrafo azul o negro. Si el **examen contiene** partes escritas con **lápiz** usted **pierde el derecho a reclamar**.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. DE SELECCIÓN UNICA. (VALOR 31 PUNTOS)

1) La ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación 3y – 4x + 5 = 0 y que contiene al punto de coordenadas (-3,2) es

a. 3y – 4x = 18
b. -3y + 4x = 18
c. 4y + 3x = -1
d. 4y – 3x = 1

2) La ecuación de una recta perpendicular a la recta que contiene a los puntos de coordenadas $\left(\frac{7}{3},\frac{3}{2}\right)$ y $\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right)$ es

a. y + 2x = 3
b. y – 2x = 7
c. 2y – x = 4
d. 2y + x = 0

3) Considere el triángulo ΔABC de vértices en los puntos A = (-2,5) , B = (3,-4) y C = (2 , 1), entonces la pendiente de la mediana al lado $\overline{AC}$ es

a. $\frac{7}{3}$

b. 1

c. -1

d. $-\frac{7}{3}$

4) Si los pares ordenados $(2,-3)$ y $(-1,6)$ pertenecen al gráfico de la función lineal $f: IR \rightarrow IR$, entonces la imagen de *0* corresponde al número

a. 3
b. 1
c. -1
d. -3

5) Considere la función *f: IR* $\rightarrow$ *IR*, $f(x)=mx+b$ tal que $\dfrac{f(5)-f(3)}{2}=-4$. Si $f(1)=3$ entonces el valor de b es el número entero

a. -1
b. 1
c. 2
d. 7

6) La función *f: IR* $\rightarrow$ *IR*, $f(x)=(a-3)x-(4a+b)$ es decreciente, por lo que se puede afirmar, con certeza que a es un número real

a. mayor que 3
b. menor que 3
c. positivo
d. negativo

7) Una recta que contiene al origen y que tiene una inclinación de 30º, también contiene al punto

a. $(1,1)$

b. $\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

c. $\left(\sqrt{3},1\right)$

d. $\left(1,\sqrt{3}\right)$

8) Considere el triángulo ΔABC de vértices en los puntos $A=(2,2)$, $B=(2,5)$ y $C=(x\ ,5)$, si el área del triángulo es 15 entonces el valor de x puede ser el número

a. $\dfrac{32}{3}$

b. 7

c. 10

d. 12

9) Sea $Q = (x,y)$ un punto sobre la gráfica $y = \frac{-2}{x}$, entonces la distancia d que hay entre el punto Q y (0,0), se puede expresar como una función en términos de x de la siguiente manera

a. $d(x) = \sqrt{\frac{x^4+4}{x^2}}$

b. $d(x) = x^4 + 4$

c. $d(x) = \sqrt{\frac{x^4+2}{x^2}}$

d. $d(x) = x^4 + 2$

10) Para la función $f: IR \rightarrow IR$ dada por $f(x) = -x^2 - c$, donde $c > 0$, analice las siguientes proposiciones:

I. f es creciente en el intervalo $]\,0\,,+\infty\,[$
II. La gráfica de f interseca el eje x en dos puntos

De ellas, ¿cuáles son VERDADERAS?

a. Solo I

b. Solo II

c. Ambas

d. Ninguna

11) Si la función $f: IR \rightarrow IR$ cuyo criterio es $f(x) = x^2 - ax - c$ interseca al eje x en -1 y 3, entonces el valor de a es

a. 2
b. -2
c. -3
d. 0

12) Si el punto máximo de la función *f: IR →IR* dada por $f(x)=ax^2-\frac{8a}{3}x-5$ es $\left(\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$ entonces el valor de "a" es

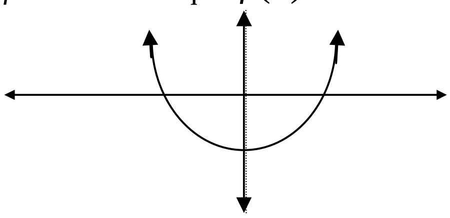
a. 3

b. -3

c. $\frac{4}{3}$

d. $-\frac{4}{3}$

13) Considere la función *f: IR →IR* tal que $f(x)=mx^2-n$ cuya gráfica es la siguiente



Con base en lo anterior se puede afirmar para m y n que

a. $m>0,\ n>0$
b. $m>0,\ n<0$
c. $m<0,\ n>0$
d. $m<0,\ n<0$

14) Si $f(x)=(-x+1)(3x-2)$ y el dominio de f es IR entonces su ámbito es

a. $\left]-\infty,\frac{1}{12}\right]$

b. $\left[\frac{1}{12},+\infty\right[$

c. $\left]-\infty,\frac{5}{6}\right]$

d. $\left[\frac{5}{6},+\infty\right[$

15) Considere la función $f : D \rightarrow IR$ definida por $f(x)=\dfrac{4^x-1}{4^x-4}$ donde D es el dominio máximo de *f*. El conjunto D es

a. $IR - \{4\}$

b. $IR - \{0\}$

c. $IR - \{1\}$

d. $IR - \{0,1\}$

16) Sea $f : IR \rightarrow IR$ definida por $f(x)=\left(\dfrac{3}{5}\right)^{1-x}-\dfrac{1}{5}$, entonces la gráfica de f interseca al eje y en el punto de coordenadas

a. $\left(\dfrac{2}{5},0\right)$

b. $\left(0,\dfrac{2}{5}\right)$

c. (1, 0)

d. (0, 1)

17) Se tiene una función $f : IR \rightarrow IR$ cuyo criterio es $f(x)=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x}-1$. Considere las siguientes afirmaciones:

I. f es una función sobreyectiva.

II. El punto (0, 1) pertenece a la gráfica de *f*.

De ellas son verdaderas

a. Solamente I
b. Solamente II
c. I y II
d. Ninguna

18) Considere una función sobreyectiva $f : IR \to IR$ tal que $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+2}$ y las siguientes afirmaciones acerca de esta función:

I. f es estrictamente creciente.
II. f es cóncava hacia abajo.
III. f corta al eje y en el punto (-2, 1).

De ellas son verdaderas

a. Solamente I

b. Solamente II

c. I y III

d. II y III

19) Si f: $IR \to A$ es una función sobreyectiva cuyo criterio es $f(x) = 2^{x-3} + 3$ entonces el conjunto A es

a. $A = \left]-\infty, 3\right[$

b. $A = \left]3, +\infty\right[$

c. $A = \left]0, +\infty\right[$

d. $A = IR$

20) El dominio máximo de la función cuyo criterio es $f(x) = \ln(3 - x) + \log(x + 2)$ es el conjunto

a. [-2, 3]

b.]-2, 3[

c.]-∞, 3[

d.]-2, +∞[

21) Considere la función $f:\ ]\text{-}3, 2[\ \rightarrow IR$ definida por $f(x) = \ln(e - x) - 2$. La gráfica de f interseca al eje y en el punto de coordenadas

a. (0, -2)

b. (0, 2 – e)

c. (e^2 – e, 0)

d. (0, -1)

22) La función $f : IR \rightarrow IR$ definida por $f(x) = \log_{(a^2+a-5)}(3x-1)$ es creciente para todos los valores de a que están en el conjunto

a. $[2,+\infty[$

b. $]-\infty,-3]$

c. $]-3,2[$

d. IR - $[-3,2]$

23) Considere la función $f : IR^+ \rightarrow IR$ cuyo criterio es $f(x) = \log_k(x)$, además si para cualquier valor $N > 1$ donde $f\left(\dfrac{1}{N}\right) > 0$ entonces se puede afirmar que

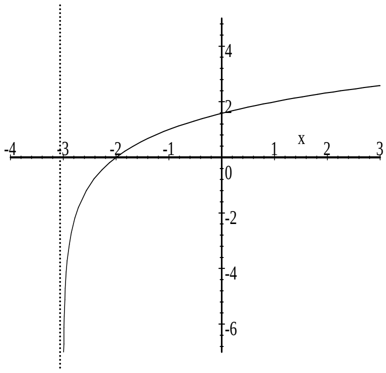
a. $k > 1$

b. $k \leq 1$

c. $0 < k < 1$

d. $k > e$

24) El criterio de la función $f\colon \left]-3,+\infty\right[\to IR$ cuya gráfica se muestra corresponde a



a. $f(x) = \log_2 x - 3$

b. $f(x) = \log_2(x - 3)$

c. $f(x) = \log_2 x + 3$

d. $f(x) = \log_2(x + 3)$

25) La solución de la ecuación $8^{x+2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$ es un número

a. entero positivo

b. entero negativo

c. racional positivo

d. irracional negativo

26) La expresión $e^{2\ln 4 - 2\ln 2 + 1}$ es igual a

a. $4e$

b. 4

c. $4\ln e - \ln 2$

d. $2\ln 4 - 2\ln 2 + 1$

27) De las siguientes ecuaciones:

I. $3^{x} = -9$

II. $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{x} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-1}$

Tienen solución en *IR*

a. Solo I

b. Solo II

c. Ambas

d. Ninguna

28) En la década pasada un terremoto sacudió una región al norte de China, el sismógrafo detectó que este movimiento tuvo una intensidad de 10000.

Con la escala de Richter se calcula la magnitud R de un terremoto conociendo la intensidad I (medida según la amplitud del sismógrafo tomada a 100 km del epicentro del terremoto) y I_0 la intensidad de un terremoto "estándar" (cuya amplitud es de un micrón = 10^{-4} cm). Esta magnitud en la escala de Richter se calcula con la fórmula:

$$R = \log\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

Para este terremoto los científicos determinaron que la magnitud en la escala de Richter fue

a. 8 grados

b. $\log 8$ grados

c. $8\log 8$ grados

d. e^{8} grados

29) El conjunto solución de la inecuación $\log_2 (x+1) < 0$ es

a. $]\infty, 0[$

b. $]-1, \infty[$

c. $]-1, 0[$

d. $[-1, 0]$

30) Si $f(x) = e^{3x-2}$ entonces su función inversa es

a. $f^{-1}(x) = \dfrac{(\ln x) + 2}{3}$

b. $f^{-1}(x) = \dfrac{x+2}{3}$

c. $f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{x+2}{3}\right)$

d. $f^{-1}(x) = \dfrac{\ln(x+2)}{3}$

31) Si $x = 3$ es una solución de la ecuación $2\log_a(x-1) = 1$ entonces el valor de a corresponde a

a. 4

b. 2

c. 3

d. 10

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO. (VALOR 19 PUNTOS)

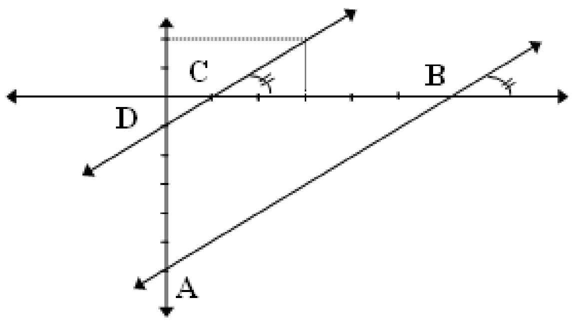
NOMBRE DEL ALUMNO: ____

CÓDIGO: _________________

COLEGIO: ____

Total de puntos de desarrollo:

1) Considere la gráfica adjunta y en ella los puntos $A = (0,-6)$, $B = (6,0)$, $C = (1,0)$, $D = (0,-1)$.



a) Determine la altura sobre el lado $\overline{AB}$ del triángulo ΔABD. <u>3 puntos.</u>

b) Calcule el área del triángulo ΔABD. 3 puntos.

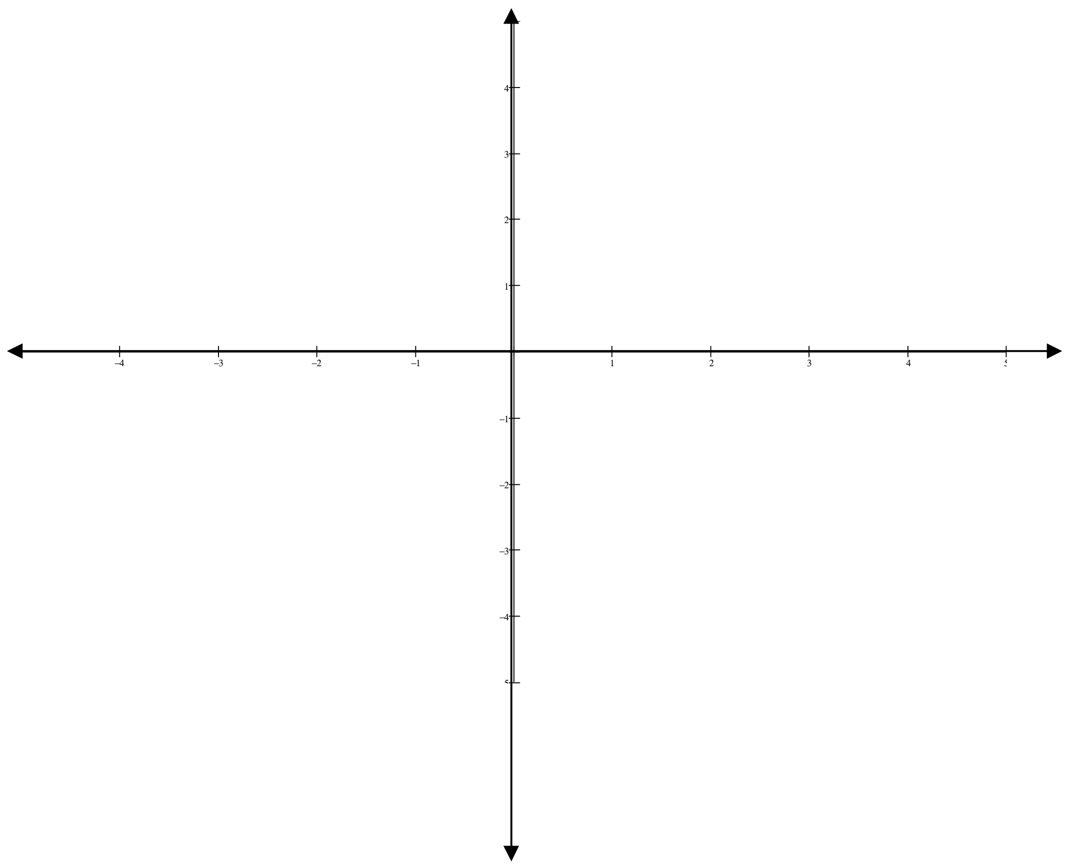
2) Considere una función cuadrática $f: IR \to IR$ cuya gráfica tiene el vértice en el punto $(-1,4)$ y además pasa por el punto $(2,-5)$.

a) Determine el criterio de esta función. Justifique. 3 puntos

b) Calcule los puntos de intersección de la gráfica de *f* con el eje *x*. <u>2 puntos</u>

c) Represente la gráfica de la función f en el sistema de coordenadas rectangulares o cartesianas, señalando en esta: el eje de simetría y las intersecciones con los ejes.

<u>2 puntos</u>



3) Encuentre el conjunto solución de la inecuación:

$$\log(2x-3)+\log(3x+2)>\log\left(x+\sqrt{6}\right)+\log\left(x-\sqrt{6}\right).$$ <u>6 puntos.</u>