Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2010

http://matem.emate.ucr.ac.cr/
tel. (506) 2511-4528

PROYECTO MATEM
-Matemática en la Enseñanza Media-

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

II EXAMEN PARCIAL 2010

Nombre: ____

Colegio: ____

Código: ____

FÓRMULA 1

Sábado 31 de julio, 2010

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, las instrucciones y las preguntas, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única y está constituida por 33 ítems (33 puntos); y la segunda es de desarrollo y la conforman 4 ítems (16 puntos).
- La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Debe llenar ésta con la información que se le solicita.
- En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En la hoja de respuestas en que responde los ítems de selección**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- En el desarrollo utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Puede utilizar calculadora que tenga únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**
- Tiempo máximo para realizarlo: **3 horas**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA **(Valor 33 puntos)**

Puede utilizar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solamente se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas. Vale un punto cada respuesta correcta.

1) El criterio de la función lineal "f" a cuya gráfica pertenecen los puntos $(2,-4)$ y $(1,1)$ es

a. $f(x)=6-5x$

b. $f(x)=6x-5$

c. $f(x)=\dfrac{6-x}{5}$

d. $f(x)=\dfrac{-1}{5}x-\dfrac{18}{5}$

2) Si los puntos $(-4,2)$ y $(3,-5)$ pertenecen a la gráfica de la función lineal f, entonces el criterio de la función inversa de f es

a. $f^{-1}(x)=x+2$

b. $f^{-1}(x)=x+6$

c. $f^{-1}(x)=-x+2$

d. $f^{-1}(x)=-x-2$

3) Si el punto $(1,a)$ pertenece a la gráfica de la función lineal f, cuyo criterio es $f(x)=4x-6$, entonces el valor de a es

a. -6

b. -2

c. $\dfrac{7}{4}$

d. $\dfrac{4}{7}$

4) Las rectas definidas por $5x+3y=4$ y $7x+ky=1$ son paralelas si k es igual a

a. $\frac{-5}{3}$

b. $\frac{-35}{3}$

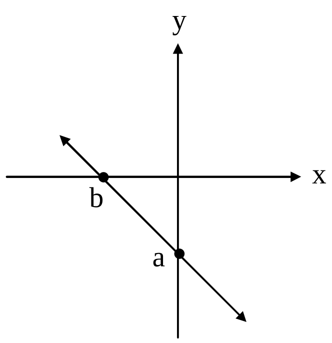
c. $\frac{21}{5}$

d. $\frac{35}{3}$

5) Si dos rectas $y_1=m_1x+b_1$ y $y_2=m_2x+b_2$ son paralelas entre si, se puede afirmar que

a. $b_1+b_2=0$
b. $b_1-b_2=0$
c. $m_1+m_2=0$
d. $m_1-m_2=0$

6) La ecuación de la recta de la siguiente gráfica es



a. $y=-\frac{a}{b}x+a$

b. $y=-\frac{b}{a}x+a$

c. $y=-\frac{a}{b}x-a$

d. $y=-\frac{b}{a}x-a$

7) La función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=(2a-6)x-(4a^2+b)$ es creciente, por lo que se puede afirmar, con certeza que

a. $a\in\left]-\infty,3\right[$

b. $a\in\left]3,+\infty\right[$

c. $a\in\left]-3,3\right[$

d. $a\in\left]-\infty,-3\right[$

8) Si $f(x)=(-x+1)(3x-2)$ y el dominio de f es $\mathbb{R}$ entonces su ámbito es

a. $\left]-\infty,\frac{1}{12}\right]$

b. $\left[\frac{1}{12},+\infty\right[$

c. $\left]-\infty,\frac{5}{6}\right]$

d. $\left[\frac{5}{6},+\infty\right[$

9) Si la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ cuyo criterio es $f(x)=ax^2+bx+c$ tiene el vértice en $\left(-1,0\right)$ y pasa por el punto $\left(1,4\right)$, entonces el criterio de f es

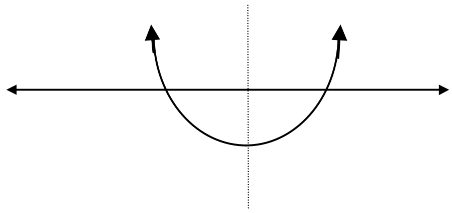
a. x^2-2x+1

b. x^2+2x+1

c. $-x^2-2x-1$

d. $-x^2+2x-1$

10) Considere la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f(x)=mx^2-nx-p$ cuya gráfica es la siguiente



Con base en lo anterior se puede afirmar que

a. $n>0$ y $p>0$
b. $n<0$ y $p=0$
c. $n=0$ y $p<0$
d. $n=0$ y $p>0$

11) Si f es la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2+x+1$, entonces el conjunto solución de $f(x)\geq 0$ es

a. $\varnothing$
b. $\mathbb{R}$
c. $\mathbb{R}-\{1\}$
d. $\mathbb{R}-\{0,1\}$

12) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f(x)=ax^2+bx+c$. Si el mínimo de la función es $f(-2)=3$, considere las siguientes afirmaciones:

I. La gráfica de f interseca al eje x en dos puntos.
II. $f(-4)=f(0)$
III. Si $x\in[-4,0]$ entonces $f(x)\geq 3$

De las afirmaciones anteriores, son verdaderas

a. únicamente la I y la II
b. únicamente la III
c. únicamente la II y la III
d la I, la II y la III

13) Considere las funciones definidas por $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, cuyos criterios son respectivamente, $f(x)=x^2+4x-1$ y $g(x)=6x-2$. El punto de intersección de sus gráficas corresponde a

a. $(-1,4)$

b. $(-1,-8)$

c. $(1,4)$

d. $(1,-4)$

14) Para que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (k^2 - 4)x^2 + 5x - 7$ tenga un punto mínimo entonces el valor de k puede ser

a. $-\sqrt{2}$

b. -2

c. -1

d. $-\sqrt{5}$

15) El dominio máximo de la función cuyo criterio es $f(x)=\dfrac{\log(x+2)}{\log(x-3)}$ corresponde a

a. $]-2,3[$

b. $]-2,+\infty[$

c. $]3,+\infty[-\{4\}$

d. $]-2,+\infty[-\{3,4\}$

16) Considere la función $g:[3,+\infty[\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=\log_3(2x-3)$. El ámbito de g es

a. $\mathbb{R}$

b. $[1,+\infty[$

c. $]-\infty,1]$

d. $[0,+\infty[$

17) La gráfica de la función cuyo criterio es $f(x)=\ln(3-x)+\ln(x+2)$ interseca al eje *y* en el punto

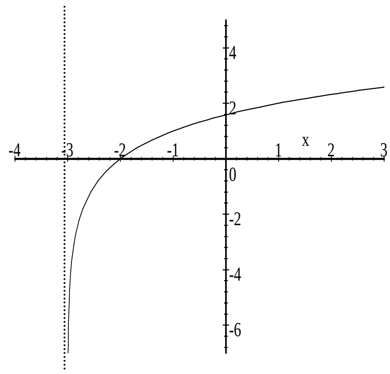
a. $(0,1)$

b. $(0,\ln 6)$

c. $(0,\ln 5)$

d. $\left(0,\ln\frac{3}{2}\right)$

18) El criterio de la función $f:\left]-3,+\infty\right[\to\mathbb{R}$ cuya gráfica se muestra corresponde a



a. $f(x)=\log_2 x-3$

b. $f(x)=\log_2(x-3)$

c. $f(x)=\log_2 x+3$

d. $f(x)=\log_2(x+3)$

19) Considere la función $f:D\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\dfrac{5^x-1}{5^x-5}$ donde *D* es el dominio máximo de *f*. Entonces el conjunto *D* es

a. $\mathbb{R}-\{0\}$

b. $\mathbb{R}-\{1\}$

c. $\mathbb{R}-\{5\}$

d. $\mathbb{R}-\{1,5\}$

20) Si $f:\mathbb{R}\to A$ es una función sobreyectiva cuyo criterio es $f(x)=2^{x-3}+5$ entonces el conjunto A es

a. $A=\left]-\infty,5\right[$

b. $A=\left]5,+\infty\right[$

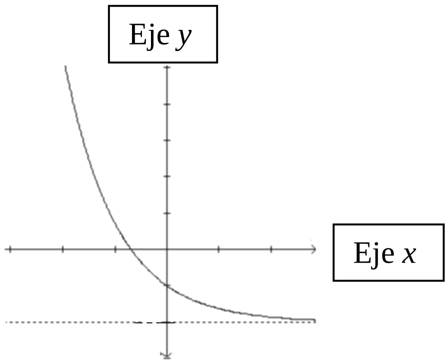
c. $A=\left[5,+\infty\right[$

d. $A=\mathbb{R}$

21) Un punto en el que la gráfica de la función de criterio $f(x)=e^{2\ln x}-9$ interseca al eje x es

a. $(9,0)$
b. $(e,0)$
c. $(-3,0)$
d. $(\ln 3,0)$

22) Considere la función $h(x)=e^{bx}+c$, definida en su máximo dominio, cuya gráfica se muestra a continuación



Con base en la gráfica dada, se puede afirmar que

a. $b<0$ y $c<0$
b. $b<0$ y $c>0$
c. $b>0$ y $c<0$
d. $b>0$ y $c>0$

23) La gráfica de la función cuyo criterio es $f(x)=\ln(x-5)+2$ tiene una asíntota en la recta

a. $x=-2$

b. $x=2$

c. $x=-5$

d. $x=5$

24) Si x, y, z son números reales positivos entonces una expresión equivalente a $\ln\left(\sqrt{\dfrac{y^3}{z\sqrt{x}}}\right)$ corresponde a

a. $\dfrac{3}{2}\ln(y)-\dfrac{1}{2}\ln(x)-\ln(z)$

b. $\dfrac{3}{2}\ln(y)+\dfrac{1}{4}\ln(x)-\dfrac{1}{4}\ln(z)$

c. $\dfrac{3}{2}\ln(y)+\dfrac{1}{4}\ln(x)-\dfrac{1}{2}\ln(z)$

d. $\dfrac{3}{2}\ln(y)-\dfrac{1}{4}\ln(x)-\dfrac{1}{2}\ln(z)$

25) Si x es un número mayor que 1, una expresión equivalente a

$$\frac{1}{2}\log\left(x^2+4x+4\right)-\log\left(x^2+3x+2\right)+\frac{1}{2}\log\left(x^2-2x+1\right) \text{ es}$$

a. log(x - 1) - log (x + 1)

b. log (x^2 - 3x + 2)

c. log (x^2 – 1)

d. 0

26) El criterio de la inversa de la función $f(x) = \log_3(x-1) + 2$, $f :]1,+\infty[\rightarrow IR$ es

a. $f^{-1}(x) = 3^{x+2} + 1$

b. $f^{-1}(x) = 3^{x+2} - 1$

c. $f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 1$

d. $f^{-1}(x) = 3^{x+1} - 2$

27) Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow]4,+\infty[$ cuyo criterio es $f(x) = 2^{3x+1} + 4$ entonces f^{-1} corresponde a

a. $f^{-1}(x) = \dfrac{\log_2(x+4)-1}{3}$ $f^{-1} :]4,+\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

b. $f^{-1}(x) = \log_2 \dfrac{(x+4)-1}{3}$ $f^{-1} :]4,+\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

c. $f^{-1}(x) = \log_2 \dfrac{(x-4)-1}{3}$ $f^{-1} :]4,+\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

d. $f^{-1}(x) = \dfrac{\log_2(x-4)-1}{3}$ $f^{-1} :]4,+\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

28) El conjunto solución de la ecuación $\log_2(\log_2(\log_2 x)) = 1$, es

a. $\varnothing$

b. $\{\log 2\}$

c. $\{4\}$

d. $\{16\}$

29) El conjunto solución de la ecuación $e^2 + e^x = 1$, es

a. $\varnothing$

b. $\{0\}$

c. $\{\log 2\}$

d. $\{\ln 2\}$

30) La cantidad de elementos del conjunto solución de la ecuación $4^x + 2 \cdot 2^x + 2 = 0$ es

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3

31) El conjunto solución de la inecuación $\sqrt{3} < 3^x < 9$ es

a. $]1, 3[$
b. $]\sqrt{3}, 9[$
c. $\left]\frac{1}{2}, 2\right[$
d. $]2, 3[$

32) El conjunto solución de $\log_{\frac{1}{2}} (2x-3) > \log_{\frac{1}{2}} (x+1)$ es

a. $\varnothing$
b. $]-\infty, 4[$
c. $]-1, 4[$
d. $\left]\frac{3}{2}, 4\right[$

33) *La cantidad de carbono-14 presente en un organismo* ***t*** *años después de su muerte está dado por la ecuación* $A = A_0 e^{-0,000124t}$ *donde* A_0 *es la cantidad original de carbono-14 en el organismo*. Si un insecto fosilizado contiene 55% de la cantidad original de carbono-14 entonces el fósil indica que el insecto murió hace aproximadamente

a. $\frac{-\ln 0,55}{0,000124}$ años
b. $\frac{-\ln 55}{0,000124}$ años
c. $\frac{\ln 0,55}{0,000124}$ años
d. $\frac{e^{0,55}}{0,000124}$ años

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM 2010

Sábado 31 de julio, 2010
Segundo Examen Parcial
Tiempo Máximo: 3 horas

NOMBRE DEL ALUMNO: ____

CÓDIGO: ____

COLEGIO: ____

PUNTOS OBTENIDOS EN DESARROLLO__________

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO **(Valor total 16 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Utilizando una función cuadrática resuelva el siguiente problema:
"Encontrar dos números tales que su suma sea 24 y que la suma de sus cuadrados sea la menor posible."

(Valor: determinar la función 2 puntos, calcular los números 2 puntos)

2) Considere la recta l_1 que pasa por los puntos $A=(1,2)$ y $B=(2,6)$, la recta l_2 cuya ecuación es $y+2x=10$, la recta l_3 paralela al eje x que pasa por el punto $C=(4,2)$.

a) Determine la ecuación de la recta l_1. (Valor 1 punto)

b) Represente gráficamente las rectas l_1 y l_2. (Valor 2 puntos)

c) Calcule el perímetro del triángulo ABC. (Valor 2 puntos)

3) Considere la inecuación $\log_{0,3}(5x+1) < \log_{0,3}(2-x)$

a.	Determine el dominio de la inecuación.	(Valor: 1 punto)
b.	Resuelva la inecuación.	(Valor: 2 puntos)
c.	Indique el conjunto solución.	(Valor: 1 punto)

4) Resuelva la siguiente ecuación exponencial: (Valor: 3 puntos)

$$7^{-3x-4}=\left(\frac{1}{3}\right)^{10-4x}$$