Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2011

http://matem.emate.ucr.ac.cr/
tel. (506) 2511-4528

PROYECTO MATEM
-Matemática en la Enseñanza Media-

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

II EXAMEN PARCIAL 2011

Nombre: ____

Colegio: ____

Código: ____

FÓRMULA 1

Sábado 30 de julio, 2011

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, las instrucciones y las preguntas, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única y está constituida por 32 ítems (32 puntos); la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems (18 puntos).
- La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Debe llenarla con la información que se le solicita.
- En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En la hoja de respuestas en que responde los ítems de selección**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- En el desarrollo utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Puede utilizar calculadora que realice únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**
- Tiempo máximo para resolver la prueba: **3 horas**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA **(Valor 32 puntos)**

Puede utilizar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solamente se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas. Vale un punto cada respuesta correcta.

1) Si los puntos $(-1,1)$, $(2,-3)$ pertenecen al gráfico de una función lineal $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, entonces el criterio de f es

a. $f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

b. $f(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$

c. $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

d. $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$

2) Si los puntos $(1,2),(3,4),(5,6)$ están en el gráfico de la función lineal $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, entonces

a. $f^{-1}(11) = 9$

b. $f^{-1}(10) = 8$

c. $f^{-1}(9) = 10$

d. $f^{-1}(8) = 7$

3) Sea $f:\mathbb{R}^{+}\to\mathbb{R}$, una función lineal tal que $f(x) = 3m - 4x$, con $m \in \mathbb{R}$, entonces

a. f es creciente

b. f es decreciente

c. f es constante

d. f es biyectiva

4) Si las rectas $y_1 = ax + 8$ y $y_2 = bx - 8$ son paralelas entre sí, y si $a \cdot b \neq 0$, se puede afirmar que

a. $a + b = 0$

b. $a \cdot b = -1$

c. $a - b = 8$

d. $\dfrac{a}{b} = 1$

5) Si las rectas $y_1 = 3x + 6$ y y_2 son perpendiculares entre sí y y_2 pasa por el punto $(-3, 2)$, se puede afirmar que

a. $y_2 = -\dfrac{1}{3}x - \dfrac{7}{3}$

b. $y_2 = -\dfrac{1}{3}x - 1$

c. $y_2 = 3x + 8$

d. $y_2 = -\dfrac{1}{3}x + 1$

6) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función lineal. Si la gráfica de f pasa por los puntos $(-2, 6), (4, -6)$, entonces se puede afirmar que f es positiva en

a. $\mathbb{R}$

b. $]-\infty, 1[$

c. $]1, +\infty[$

d. $]0, 2[$

7) Si $f(x) = (2x-4)(1-x)$ y el dominio de f es $[0,2]$, entonces su ámbito es

a. $\left[-4, \frac{3}{2}\right]$

b. $\left[-4, \frac{1}{2}\right]$

c. $[-4, 0]$

d. $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right]$

8) El punto de intersección de la gráfica de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \left(\frac{x+5}{2}\right)\left(\frac{3-2x}{4}\right)$ con el eje y es

a. $(0, -5)$

b. $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

c. $\left(0, \frac{15}{8}\right)$

d. $\left(0, -\frac{7}{8}\right)$

9) Si f es la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + \left(2\sqrt{2}\right)x + 6$, entonces el conjunto solución de $f(x) \geq 0$ es

a. $\varnothing$

b. $\mathbb{R}$

c. $\left[-3\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$

d. $\left]-\infty, -3\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right[$

10) Considere las funciones definidas por $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+\frac{1}{2}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-3x^2-2x-\frac{1}{2}$. La intersección de sus gráficas corresponde a

a. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

b. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

c. $\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{2}\right)$

d. $\left(0,-1\right)$

11) Un punto en que la gráfica de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, cuyo criterio es $f(x)=x^2-6x+4$, interseca al eje x corresponde a

a. $\left(4,0\right)$

b. $\left(0,4\right)$

c. $\left(3-\sqrt{5},0\right)$

d. $\left(0,3+\sqrt{5}\right)$

12) El eje de simetría de $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5$ es la recta

a. $x=\sqrt{5}$

b. $x=5$

c. $x=\frac{5}{2}$

d. $x=0$

13) Un intervalo en el cual la función cuadrática $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{2}x^2-5x+14$ es decreciente, es

a. $]1,4[$

b. $]-2,6[$

c. $]3,8[$

d. $]6,7[$

14) Si el vértice de la gráfica de la función cuadrática $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, es el punto $\left(5,\frac{3}{2}\right)$ y pasa por $\left(-1,\frac{39}{2}\right)$ entonces el conjunto solución de $f(x)<0$ es

a. $]-\infty,5[$

b. $]5,+\infty[$

c. $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$

d. $\varnothing$

15) Si $\{-3,4\}$ es el conjunto solución de $f(x)=0$ entonces un criterio de la función cuadrática $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ puede ser

a. $f(x)=x^2+x-12$

b. $f(x)=x^2-x-12$

c. $f(x)=x^2-7x+12$

d. $f(x)=x^2+7x+12$

16) El dominio máximo de la función $f: D \to \mathbb{R},\ f(x) = 3^{x-2}$ es

a. $\varnothing$

b. $\mathbb{R}$

c. $]-\infty, 2[$

d. $]2, +\infty[$

17) La función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} e^x \text{ si } x \in \left]-\infty, 0\right] \\ \ln x \text{ si } x \in \left]0, +\infty\right[\end{cases}$ es negativa en el intervalo

a. $]-\infty, -1[$

b. $]-1, 0[$

c. $]0, 1[$

d. $]1, +\infty[$

18) Se puede afirmar que la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 4^x + 2$ interseca al eje y en

a. $(0,0)$

b. $(0,1)$

c. $(0,2)$

d. $(0,3)$

19) La expresión $6^{\log_6 5} + 6^{\log_6 6}$ es equivalente a

a. 6

b. 11

c. 12

d. $12\log_6 11$

20) El ámbito de la función $g:\mathbb{R}\to A$ definida por $g(x)=e^x+7$ es

a. $\mathbb{R}$

b. $]-7,+\infty[$

c. $]0,+\infty[$

d. $]7,+\infty[$

21) El dominio máximo de la función cuyo criterio es $f(x)=\dfrac{\log(2x+4)}{\log(3-x)}$ corresponde a

a. $]-2,3[-\{2\}$

b. $]-2,3[$

c. $]-\infty,3[-\{2\}$

d. $\mathbb{R}-\{3,-2\}$

22) El ámbito de la función $g:]3,4]\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=\log_2(x-3)$ es

a. $]-\infty,0]$

b. $]-\infty,0[$

c. $]-\infty,1]$

d. $[0,+\infty[$

23) La gráfica de la función $f:]-3,+\infty[\to\mathbb{R}$ cuyo criterio es $f(x)=\log_2(x+3)$ tiene una asíntota en la recta

a. $x=0$

b. $x=2$

c. $x=-3$

d. $x=3$

24) Considere la función $f:\left]-2,+\infty\right[\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$. Un intervalo que satisface la condición $f(x)<0$ es

a. $\left]-2,1\right[$

b. $\left]-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right[$

c. $\left]-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right[$

d. $\left]0,2\right[$

25) Se puede afirmar que la función $f:\left]-4,+\infty\right[\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_{(a-2)}(x+4)$ es decreciente si a toma valores en el siguiente intervalo

a. $\left]2,3\right[$

b. $\left]0,1\right[$

c. $\left]0,3\right[$

d. $\left]-4,+\infty\right[$

26) La expresión $\left(\log_{49}25\right)\left(\log_5 27\right)\left(\log_3 7\right)$ es igual a

a. $\dfrac{1}{3}$

b. $\log 3$

c. $\ln 3$

d. 3

27) La expresión $\ln\left(x^2-3x-4\right)-\ln\left(x-4\right)+\ln\left(x+1\right)$ es equivalente a

a. $\ln(x+1)$

b. $\left(\ln(x+1)\right)^2$

c. $\ln^2(x+1)$

d. $\ln(x+1)^2$

28) Si $f^{-1}(x)=\dfrac{3-4\ln x}{2}$, $f^{-1}:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$ entonces el criterio de $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ es

a. $f(x)=e^{3-2x}$

b. $f(x)=e^{\frac{3-x}{4}}$

c. $f(x)=e^{\frac{3-2x}{4}}$

d. $f(x)=e^{\frac{2x-3}{4}}$

29) Si $f(x)=\dfrac{2^{x+1}+1}{3}$, $f:\left]\dfrac{1}{3},+\infty\right[\to\mathbb{R}^+$ entonces el criterio de f^{-1} es

a. $f^{-1}(x)=\log_2(3x)-2$

b. $f^{-1}(x)=\log_2(x-1)-1$

c. $f^{-1}(x)=\log_2(3x-1)-1$

d. $f^{-1}(x)=3\log_2 x-1$

30) El conjunto solución de la ecuación $\log\left[(x+4)(x-1)\right]=0$ tiene la siguiente cantidad de elementos

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3

31) La solución de la ecuación $\frac{2^{x-1}}{3}=\frac{3^x}{2}$ es

a. $\ln 3-\ln\left(\frac{2}{3}\right)$
b. $\frac{\ln 3}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}$
c. $\frac{\ln 3+\ln 2}{\ln 2-\ln 3}$
d. $\frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\ln 2}{\ln 2-\ln\left(\frac{3}{2}\right)}$

32) El conjunto solución de la ecuación $(\ln 5)^{x-1}=0$ tiene la siguiente cantidad de elementos

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM 2011

Sábado 30 de julio, 2011
Segundo Examen Parcial
Tiempo Máximo: 3 horas

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

FÓRMULA 1

NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________

CÓDIGO: ______________________________

COLEGIO: ______________________________

Pregunta	Puntos
1	
2	
3	

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO **(Valor total 18 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Considere la inecuación $\log_{\frac{5}{6}}(2-5x) < \log_{\frac{5}{6}} 3 + \log_{\frac{5}{6}}(x+2)$

a. Determine el dominio de la inecuación. (Valor: 1 punto)
b. Resuelva la inecuación. (Valor: 4 puntos)
c. Indique el conjunto solución. (Valor: 1 punto)

2) Considere el ΔABC cuyos vértices son los puntos $A(1,2)$, $B(3,1)$ y $C(5,5)$.

a) Determine la ecuación de la recta que define la altura sobre $\overline{AC}$.

(Valor 3 puntos)

b) Calcule el punto de intersección de $\overleftrightarrow{AC}$ con la altura sobre $\overline{AC}$.

(Valor 2 puntos)

c) Haga una representación gráfica. (Valor 2 puntos)

3) Una pelota es lanzada hacia arriba, con una velocidad de 64 m/seg, desde la azotea de un edificio de 80 metros de altura. La pelota estará a una altura de $f(t) = -16t^2 + 64t + 80$ metros sobre el nivel del suelo a t segundos después del lanzamiento:

a) Calcule la altura máxima que puede alcanzar la pelota. (2 puntos)

b) Suponiendo que la pelota no toca el edificio, calcule el tiempo en que tocará el suelo. (3 puntos)