



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



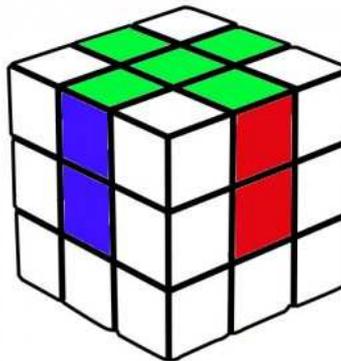
MATEM 2016

-Undécimo Año-

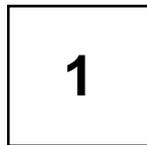
III EXAMEN PARCIAL

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula



Miércoles 28 de setiembre

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente cada instrucción y cada pregunta antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes y un total de 55 puntos. La primera de ellas es de selección única (34 puntos) y la segunda es de desarrollo (21 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En las preguntas de selección, usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En las preguntas de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Los sólidos se consideran rectos, por ejemplo, cuando se hable de cono se entiende que es un cono circular recto.
11. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 34 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. La solución de la ecuación $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x} = \sqrt{3^{x+1}}$ corresponde a

(A) $\frac{-1}{9}$

(B) $\frac{-1}{7}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{9}$

2. Analice las siguientes ecuaciones:

I. $2^x = \log_2 x$

II. $2^x = \log_{\frac{1}{2}} x$

De ellas, tiene solución única

(A) Solo la I

(B) Solo la II

(C) Ambas

(D) Ninguna

3. La solución de la ecuación $-1 + \log_3(x+5) = 1$ corresponde a un número

(A) negativo.

(B) entre uno y cinco.

(C) entre cinco y ocho.

(D) mayor que ocho.

Considere lo indicado sobre la escala de decibels y **use esa información para responder la pregunta 4.**

ESCALA DE DECIBELES

Tomamos como referencia la intensidad $I_0 = 10^{-12}$ watts/m² a una frecuencia de 1000 Hertz, lo que mide un sonido que es apenas audible (el umbral de la audición).

El nivel de intensidad β de un sonido, medido en decibels (dB) se define como

$$\beta = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

4. El nivel de intensidad de los decibels de un motor jet durante el despegue si la intensidad (I) que se midió fue de 100, corresponde a
- (A) 14
- (B) 140
- (C) 1400
- (D) 0,14
5. ¿Cuál de los siguientes puntos de coordenadas pertenece a la circunferencia trigonométrica?
- (A) (0,0)
- (B) $\left(\frac{1}{5}, \frac{24}{5} \right)$
- (C) $\left(\frac{1}{5}, \frac{2\sqrt{3}}{5} \right)$
- (D) $\left(\frac{1}{5}, \frac{2\sqrt{6}}{5} \right)$

6. Si $\left(k, \frac{1}{4}\right)$ es un punto de la circunferencia trigonométrica ubicado en el segundo cuadrante, entonces k es igual a

(A) $\frac{\sqrt{15}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{17}}{4}$

(C) $-\frac{\sqrt{17}}{4}$

(D) $-\frac{\sqrt{15}}{4}$

7. ¿Para cuál de los siguientes valores de x **no** está definida $\csc x$?

(A) $\frac{7\pi}{4}$

(B) $\frac{11\pi}{2}$

(C) $\frac{2\pi}{3}$

(D) 13π

8. De los siguientes números reales, ¿a cuál le corresponde un punto de la circunferencia ubicado en el tercer cuadrante?

(A) 4

(B) 5

(C) -4

(D) -5

9. El valor de $\csc\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ es igual a

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(B) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(D) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

10. La expresión $\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{cos}\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{2}$ es igual a

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) 2
- (C) 0
- (D) $\frac{-1}{2}$

11. La expresión $\tan\left(\frac{83\pi}{3}\right)$ es igual a

- (A) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$
- (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) $-\sqrt{3}$

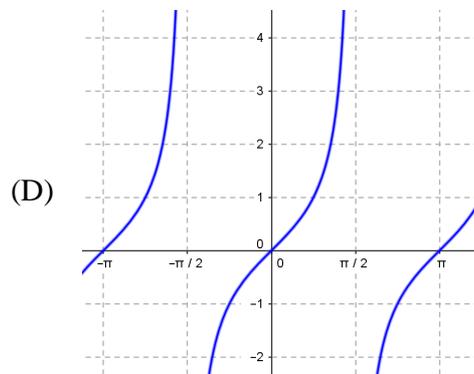
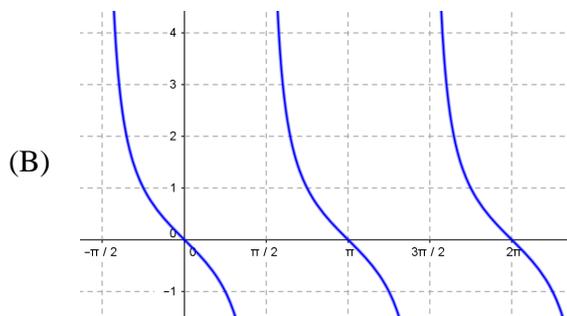
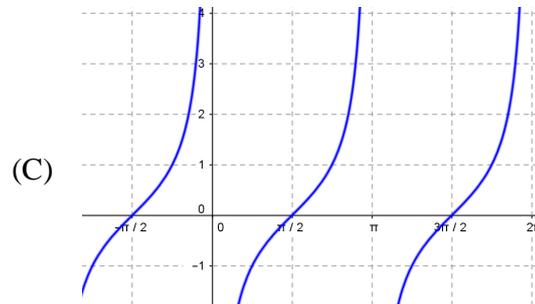
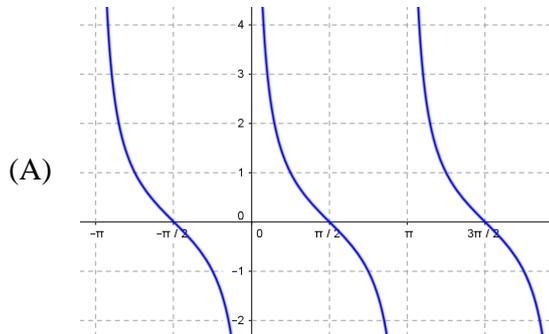
12. ¿En cuál de los siguientes intervalos es creciente la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$?

- (A) $\left] \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right[$
- (B) $\left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$
- (C) $]0, \pi[$
- (D) $] -\pi, 0[$

13. La cantidad de intersecciones con el eje X de la gráfica de la función $f: [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{sen} x$ es igual a

- (A) 6
- (B) 5
- (C) 4
- (D) 3

14. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función con criterio $f(x) = \cot(x)$?



15. La expresión $\cos \alpha \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ es equivalente a

- (A) 0
- (B) 1
- (C) $\cos^2 \alpha$
- (D) $\cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha$

16. La expresión $\frac{\operatorname{sen}(x + \pi)}{\operatorname{sen}(2x)}$ es equivalente a

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) $\frac{\sec x}{2}$
- (C) $\frac{-\csc x}{2}$
- (D) $\frac{-\sec x}{2}$

17. La expresión $\frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x}$ es equivalente a

- (A) $\operatorname{csc} x$
- (B) $1 - \cos x$
- (C) $\operatorname{csc} x - \cot x$
- (D) $\operatorname{sen} x + \tan x$

18. La expresión $\frac{\cos x \cdot \tan^2 x}{\sec x + 1}$ es equivalente a

- (A) $\cos^2 x$
- (B) $1 - \cos x$
- (C) $\cos x - 1$
- (D) $\operatorname{sen}^2 x$

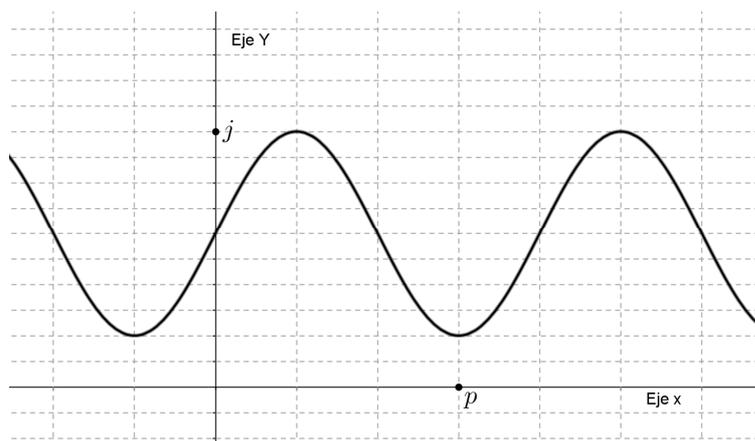
A continuación, se presenta una parte de la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 + 2 \cdot \operatorname{sen} x$, utilízela para contestar las **preguntas 19 y 20**

19. El valor de j corresponde a

- (A) 10
- (B) 5
- (C) 3
- (D) 2

20. El valor de p corresponde a

- (A) $\frac{3\pi}{2}$
- (B) $\frac{3\pi}{4}$
- (C) 3π
- (D) 2π



21. En $[0, 2\pi]$, el conjunto solución $\operatorname{sen}(2x) - \operatorname{cos}(x) = 0$ corresponde a

- (A) $\left\{0, \pi, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
(B) $\left\{0, \pi, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\}$
(C) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
(D) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

22. En $[0, 2\pi[$ el conjunto solución de $2\cos^2 \alpha - \operatorname{sen} \alpha - 3 = 0$ corresponde a

- (A) \emptyset
(B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi\right\}$
(C) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{-\pi}{2}\right\}$
(D) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right\}$

23. El ámbito de la función $f:]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctan(x)$ corresponde a

- (A) $\left] \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$
(B) $\left] \frac{-\pi}{2}, 0 \right]$
(C) $] -\infty, 0]$
(D) \mathbb{R}

24. El valor de $3 \cdot \arctan(1) + \arctan(-1)$ es

- (A) $\frac{\pi}{4}$
(B) $\frac{\pi}{2}$
(C) π
(D) 0

25. El valor de $\arcsen\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ es

- (A) $\frac{\pi}{6}$
 (B) $-\frac{\pi}{6}$
 (C) $\frac{\pi}{3}$
 (D) $-\frac{\pi}{3}$

26. El radio de la circunferencia inscrita a un polígono regular de 18 lados mide 25 cm. Cada lado de dicho polígono mide (en cm) aproximadamente

- (A) 4,41
 (B) 8,82
 (C) 12,70
 (D) 25,39

Grados	10	20
seno	0,1736	0,3420
coseno	0,9848	0,9397
tangente	0,1763	0,3640

27. La “señal de alto” es un polígono regular. De acuerdo con los datos de la figura, la medida del $\sphericalangle EFG$ es igual a

- (A) 145°
 (B) 135°
 (C) 150°
 (D) 125°



28. Si el perímetro de un hexágono regular es 60 cm entonces su área es

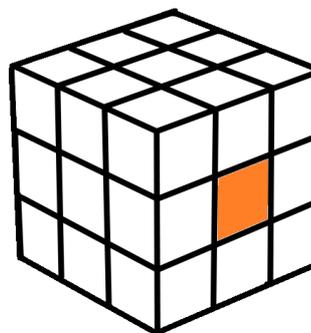
- (A) $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$
 (B) $150\sqrt{3} \text{ cm}^2$
 (C) $300\sqrt{3} \text{ cm}^2$
 (D) $450\sqrt{3} \text{ cm}^2$

29. En un polígono regular, cada ángulo externo mide 120° . Si el perímetro de ese polígono mide 36 cm, entonces, ¿cuál es la medida de la apotema?

- (A) $2\sqrt{3}$ cm
- (B) $4\sqrt{3}$ cm
- (C) $6\sqrt{3}$ cm
- (D) $12\sqrt{3}$ cm

30. Cada una de las caras del cubo de la figura está formada por nueve cuadrados congruentes de diagonal $3\sqrt{2}$ cm. ¿Cuánto mide la diagonal de ese cubo?

- (A) $6\sqrt{3}$ cm
- (B) $9\sqrt{3}$ cm
- (C) $9\sqrt{2}$ cm
- (D) $54\sqrt{3}$ cm



31. En una pirámide de base octogonal regular las aristas laterales miden 10 cm y la altura de cada cara lateral de la pirámide mide 8cm entonces, el perímetro de la base es igual a

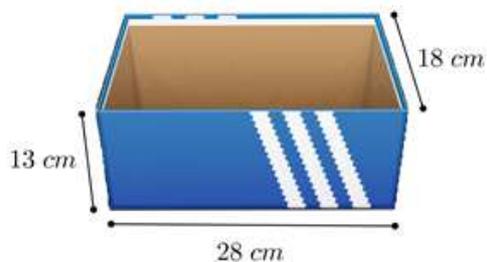
- (A) 128 cm
- (B) 96 cm
- (C) 80 cm
- (D) 48 cm

32. La medida de la altura de un cilindro es 10. Si el área de la base es 36π cm^2 , entonces el área lateral es igual a

- (A) 240π cm^2
- (B) 180π cm^2
- (C) 120π cm^2
- (D) 60π cm^2

33. Una caja de tenis (sin tapa) tiene forma de paralelepípedo y sus dimensiones son las que se muestran en la figura. El área total de dicha caja es igual a

- (A) 1700 cm^2
- (B) 1788 cm^2
- (C) 6552 cm^2
- (D) 2204 cm^2



34. El balón de fútbol utilizado en el mundial 2014, tiene forma esférica. Si el radio de la esfera que forma el balón es aproximadamente 10,98 cm, entonces, ¿cuál es, aproximadamente, el área en centímetros cuadrados, de la superficie esférica que forma ese balón?

- (A) 1515,47
- (B) 6061,89
- (C) 14957,12
- (D) 59828,49



Fin de la primera parte