



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



MATEM 2012

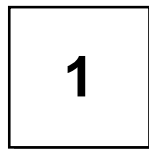
-Undécimo Año-

II EXAMEN PARCIAL 2012

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

Fórmula



Sábado 28 de julio de 2012

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (30 puntos), la segunda es de desarrollo (20 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 30 puntos)

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Los puntos $A(-2,3)$ y $C(1,-3)$ son vértices de un cuadrado $\square ABCD$, entonces la diagonal mide

(A) $45\sqrt{2}$

(B) $3\sqrt{2}$

(C) $3\sqrt{5}$

(D) $3\sqrt{10}$

2. \overline{PQ} es un diámetro de una circunferencia de centro $O(-1,3)$. Si las coordenadas de P

son $\left(\frac{1}{2}, -\frac{4}{3}\right)$ entonces las coordenadas de Q son

(A) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{6}\right)$

(B) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{22}{3}\right)$

(C) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{13}{3}\right)$

(D) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{3}\right)$

3. Si $r, n \in \mathbb{R} - \{0\}$ con $r \neq n$, la pendiente de la recta que contiene a los puntos

(nr, n^2) y (n^2, r^2) es

(A) $1 - \frac{n}{r}$

(B) $-1 + \frac{r}{n}$

(C) $-1 - \frac{n}{r}$

(D) $-1 - \frac{r}{n}$

4. De acuerdo con los datos de la figura, la recta que corresponde a la ecuación

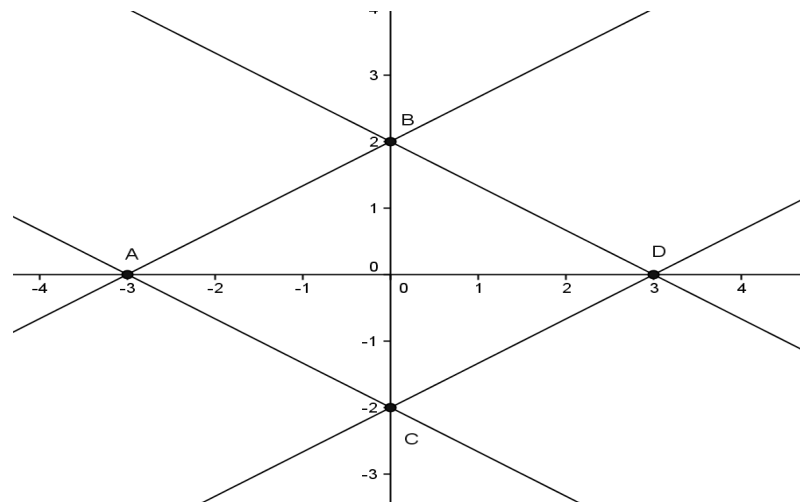
$2x - 3y = 6$ es

(A) \overline{AB}

(B) \overline{AC}

(C) \overline{DC}

(D) \overline{DB}



5. Considere las rectas l_1 y l_2 tales que $l_1 \perp l_2$ y l_1 contiene a los puntos de coordenadas $(1,3)$ y $(-1,3)$. Se puede asegurar que l_2 es
- (A) creciente
 - (B) decreciente
 - (C) paralela al eje X
 - (D) perpendicular al eje X
6. Si m es un número real diferente de cero tal que la recta $y = m^2x + m$ es paralela a la recta $y = 8mx - m^2$, entonces el valor de m es
- (A) 8
 - (B) $-\frac{1}{2}$
 - (C) -1
 - (D) -8
7. Si la gráfica de la ecuación $y = -3x^2 + 4x + c$ **no** interseca al eje X entonces un posible valor para c es
- (A) $\frac{4}{3}$
 - (B) 3
 - (C) $-\frac{4}{3}$
 - (D) -3

8. Considere una parábola que contiene al punto $(2, 4)$ e interseca al eje de las abscisas en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$. Analice las siguientes proposiciones:
- I. La parábola interseca al eje Y en el punto $(0, 4)$.
 - II. El eje de simetría de la parábola es la recta de ecuación $y = 2$.

Se puede asegurar que son verdaderas

- (A) Solamente II
 - (B) Solamente I
 - (C) Ninguna
 - (D) I y II
9. Considere las siguientes proposiciones sobre una parábola que interseca a los ejes del sistema de coordenadas únicamente en los puntos $(0, -14)$ y $(-4, 0)$:
- I. Es cóncava hacia abajo.
 - II. Es creciente en $]-\infty, 0[$.

Se puede asegurar que son verdaderas

- (A) Solamente II
- (B) Solamente I
- (C) Ninguna
- (D) I y II

10. Si c y k son un números reales tales que $(-1, c + k^2)$ es un punto de la parábola de ecuación $y = kx^2 + (3 - k^2)x + c$ es entonces el valor de k es

- (A) 1
- (B) 3
- (C) -3
- (D) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

11. Considere la función $f(x) = -2x + 5$. Si el ámbito es $[-3, 4[$ entonces su dominio es

- (A) $]\frac{1}{2}, 4]$
- (B) $[\frac{1}{2}, 4[$
- (C) $] -3, 11]$
- (D) $[-3, 11[$

12. El ámbito de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = mx + b + 1$ es $A = \{-3\}$ entonces el valor de b es

- (A) -4
- (B) -3
- (C) -2
- (D) 0

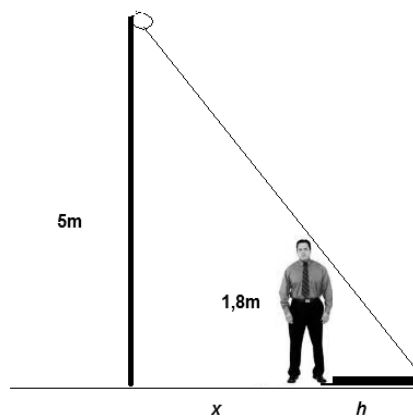
13. Un hombre de 1,80m de altura está ubicado a x metros de distancia del pie de un poste de 5m de altura que tiene una luz en su parte superior, como se muestra en la figura. Si la longitud de la sombra del hombre es h entonces al expresar la longitud de la sombra en función de la distancia x se obtiene:

(A) $h(x) = \frac{9}{16}x$

(B) $h(x) = \frac{16}{9}x$

(C) $h(x) = \frac{9}{25}x$

(D) $h(x) = \frac{25}{9}x$



14. Sea $f: [-4, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = -x^2 - 2x + 2$, entonces su ámbito es

(A) $[-6, -1[$

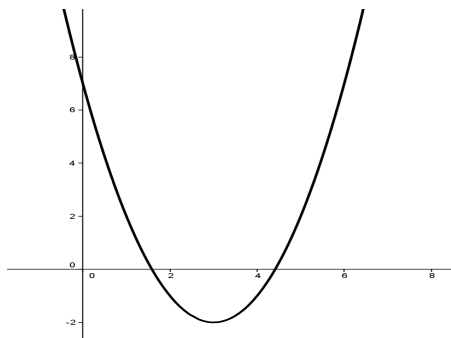
(B) $[-6, 3[$

(C) $] -1, 3]$

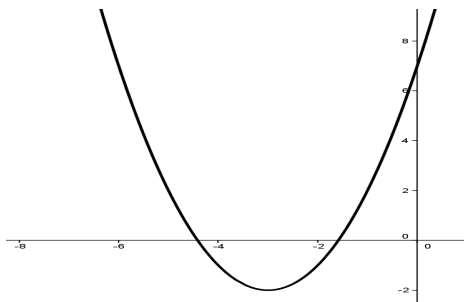
(D) $[-6, 3]$

15. La gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -(x-3)^2 + 2$ es

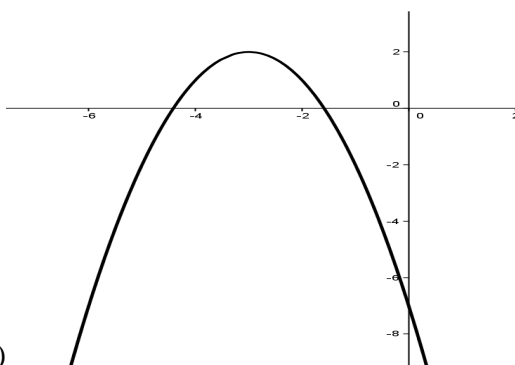
(A)



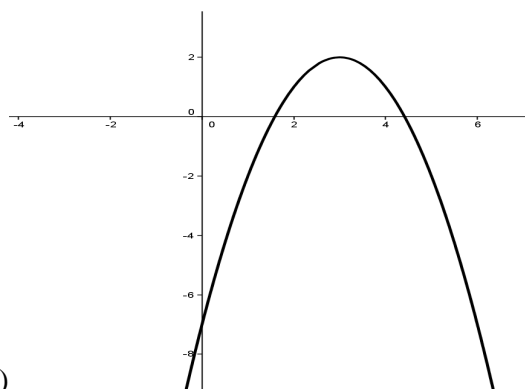
(C)



(B)



(D)



16. Considere las siguientes relaciones entre las variables precio P de un artículo (en colones) y tiempo transcurrido t (en meses) a partir de su lanzamiento al mercado:

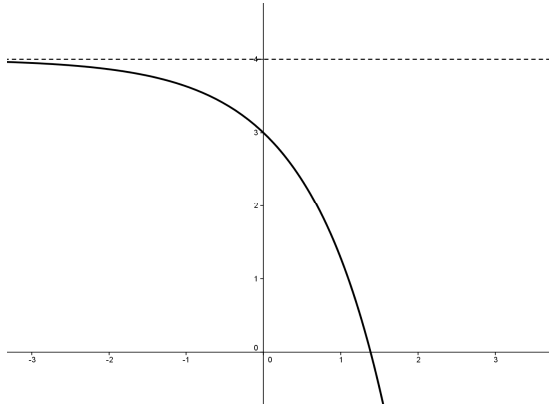
- I. El precio del artículo se reduce a la mitad cada 6 meses.
- II. El precio del artículo se reduce en 20 000 colones cada 6 meses.

¿En cuáles de ellas la relación entre P y t es exponencial?

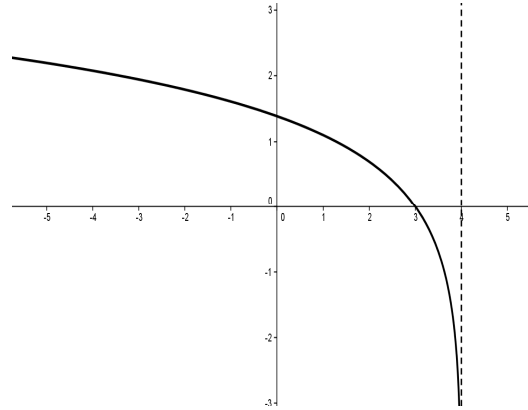
- (A) En ambas
- (B) En ninguna
- (C) Solamente en I
- (D) Solamente en II

17. De las siguientes curvas, ¿cuál corresponde a la gráfica de una función logarítmica?

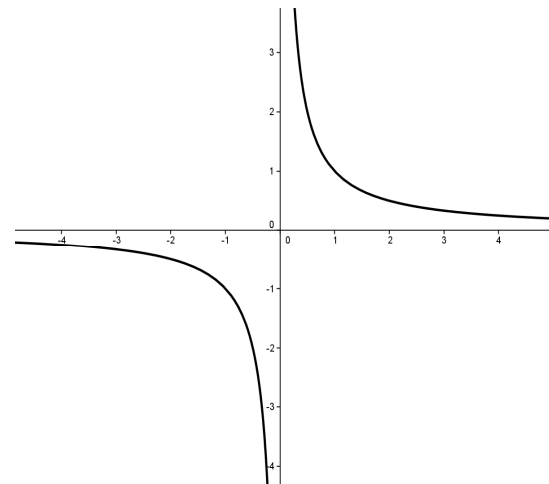
(A)



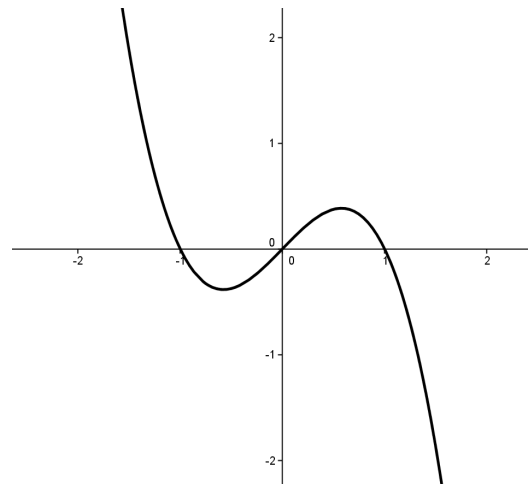
(C)



(B)



(D)



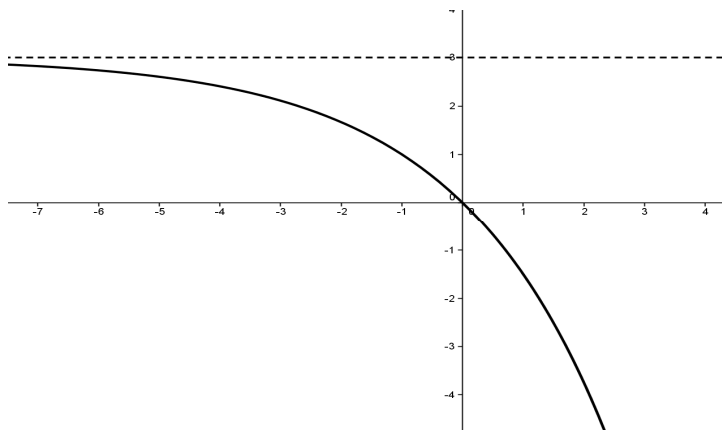
18. El dominio máximo de una función definida por $f(x) = \frac{\log(x+2)}{\log x}$ es

- (A) $]0, +\infty[$
- (B) $] -2, +\infty[$
- (C) $]0, +\infty[- \{1\}$
- (D) $] -2, +\infty[- \{1\}$

19. Si la gráfica adjunta corresponde a la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ka^x + b$

entonces se puede asegurar que si $a > 1$ entonces

- (A) $k > 0$ y $b < 0$
- (B) $k > 0$ y $b > 0$
- (C) $k < 0$ y $b > 0$
- (D) $k < 0$ y $b < 0$



20. Si $a \in]1, +\infty[$ entonces un número negativo corresponde a

- (A) $\ln a$
- (B) $\log a$
- (C) $\log_2 \left(\frac{1}{a} \right)$
- (D) $\log_{0,2} \left(\frac{1}{a} \right)$

21. La gráfica de la función definida en su dominio máximo por $f(x) = \ln(3 - 2x)$ es asintótica a la recta de ecuación

(A) $x = \frac{3}{2}$

(B) $x = 0$

(C) $y = 0$

(D) $y = \frac{3}{2}$

22. La expresión $\frac{e^{2\ln(8)}}{7^{\log_7 4}}$ es igual a

(A) 4

(B) 12

(C) 16

(D) 60

23. Si $y = \frac{10^x \sqrt{x}}{(x+2)^3}$ donde x es un número positivo entonces $\log y$ es igual a

(A) $x + \frac{1}{2} \log x - 3 \log(x) - 3 \log 2$

(B) $x \log 10 + \ln \frac{x}{2} - 3 \ln(x+2)$

(C) $x + \frac{\log x}{2} - 3 \log(x+2)$

(D) $\frac{x + \frac{\log x}{2}}{3 \log(x+2)}$

24. El conjunto solución de $\log_{0,5}(2x-3) > \log_{0,5}(x+1)$ es

- (A) \emptyset
- (B) $] -1, 4 [$
- (C) $] -\infty, 4 [$
- (D) $] \frac{3}{2}, 4 [$

25. El conjunto solución de la ecuación $25^{2x-2} = 125^{4x+2}$ es

- (A) $\left\{ \frac{-5}{4} \right\}$
- (B) $\left\{ \frac{-1}{2} \right\}$
- (C) $\left\{ \frac{4}{5} \right\}$
- (D) $\{2\}$

26. El valor de p en la expresión $\log_p \sqrt{27} = 3$ es

- (A) 3
- (B) $\sqrt{3}$
- (C) $3^{\sqrt{27}}$
- (D) $81\sqrt{3}$

27. La solución de la ecuación $25^x = 15$ es

- (A) $\log_{15} 25$
- (B) $\frac{1 + \ln 3}{2}$
- (C) $\frac{2 \ln 5}{\ln(3) + \ln(5)}$
- (D) $\frac{\ln(3) + \ln(5)}{2 \ln 5}$

28. El conjunto solución de $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-x} \geq \frac{1}{4}$ es
- (A) $]-\infty, 3]$
 - (B) $[3, +\infty[$
 - (C) $]-\infty, -3]$
 - (D) $[-3, +\infty[$
29. Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow]2, +\infty[$ definida por $f(x) = 3^{x-7} + 2$. La inversa de f es la función $f^{-1}:]2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ donde $f^{-1}(x)$ es igual a
- (A) $\log_3(x+5)$
 - (B) $\log_3(x+2) - 7$
 - (C) $\log_2(x-2) - 7$
 - (D) $\log_3(x-2) + 7$
30. Considere una función biyectiva $f:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x) + 2$. Un par ordenado correspondiente a un punto de la gráfica de $y = f^{-1}(x)$ es
- (A) $(e, 3)$
 - (B) $(0, 1)$
 - (C) $(2, 1)$
 - (D) $(1, e-2)$

Fin de la primera parte



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 2012 - Sábado 28 de abril

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 20 puntos)

Nombre completo: _____ CÓDIGO: _____

COLEGIO: _____

Pregunta	1	2	3	4	Total
Valor	4	5	5	6	20 puntos
Puntos obtenidos					

INSTRUCCIONES: Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. Se invierten \$10 000 en un fondo de ahorros a una tasa de interés continuamente compuesto del 12% anual. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que el capital se triplique?
(4 puntos)

INTERÉS CONTINUAMENTE COMPUESTO: Si un capital P se invierte a una tasa de interés r durante un periodo t de años, entonces el monto A de la inversión está dado por $A = Pe^{rt}$.
 $\ln 2 \approx 0,69$ $\ln 3 \approx 1,09$

2. Considere el triángulo cuyos vértices son los puntos de coordenadas $A(-2,3)$, $B(2,-1)$ y $C(3,2)$. Determine la ecuación de la recta que contiene al lado \overline{AB} y la ecuación de la mediatriz de ese lado. (5 puntos)

3. Estela está parada en el techo de un edificio y arroja una pelota hacia arriba. La trayectoria de la bola se puede modelar mediante una función con criterio $s(t) = -16t^2 + 6,4t + 60$ donde $s(t)$ es la altura (en pies) de la bola sobre el suelo, t segundos después de su lanzamiento.
- a. ¿Cuál es la mayor altura que alcanza la bola? (2 puntos)
- b. ¿Cuántos segundos tarda la bola en caer al suelo? (2 puntos)
- c. ¿A qué altura se encuentra Estela cuando lanza la bola? (1 punto)

4. Determine el conjunto solución de la ecuación $\log_3(5x+2) - \log_3\left(\frac{1}{2x-1}\right) = 5$
(6 puntos)

Fin del examen