



Instituto Tecnológico de Costa Rica-Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática

MATEM 2015

-Precálculo Undécimo Año -Modalidad anual-

SOLUCIONARIO DEL EXAMEN II PARCIAL

Respuestas de la II parte: (Valor 25 puntos)

ítem	Respuesta	Ítem	Respuesta	ítem	Respuesta	ítem	Respuesta	ítem	Respuesta
1	A	6	B	11	A	16	A	21	D
2	B	7	B	12	C	17	A	22	C
3	A	8	A	13	C	18	A	23	D
4	D	9	D	14	D	19	C	24	B
5	B	10	D	15	D	20	C	25	B

Respuestas de la II parte: (Valor 10 puntos)

	Respuesta		Respuesta
1	$S = \left[\frac{-4}{3}, 2 \right]$	6	$(7, 0)$
2	$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$	7	$(0, a)$
3	$] -\infty, 7] - \{2\}$	8	$]2, 7]$
4	$] -\infty, b] \cup [0, +\infty[$	9	$b + 5a$
5	2	10	No

III PARTE: DESARROLLO.**(Valor 19 puntos)**

INSTRUCCIONES: A continuación se le presentan cuatro ejercicios. Resuélvalos en forma clara, correcta y ordenada. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios para obtener la respuesta correcta.

1. Resuelva la siguiente inecuación y escriba su conjunto solución.

Valor 5 puntos

$$\frac{(7x - 3x^2 - 4x^3)(x^2 + 9)}{(16x^2 - 49)} \geq 0$$

Al factorizar se tiene que

$$\frac{-x(x-1)(4x+7)(x^2+9)}{(4x-7)(4x+7)} \geq 0 \quad \text{restricciones } x \neq \pm \frac{7}{4}$$

luego simplificado

$$\frac{-x(x-1)(x^2+9)}{4x-7} \geq 0$$

finalmente realizando tabla de signos se obtiene por conjunto solución

$$S =]-\infty, 0] \cup \left[1, \frac{7}{4} \left[- \left\{ \frac{-7}{4} \right\} \right.$$

2. Una piscina es llenada por una manguera en forma constante de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 20 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de $1,2\text{ m}$.

a) Escriba la ecuación de la función que determina la altura h en cm del agua después de transcurridas t horas, $t \leq 6$. **Valor 1 punto**

R/ Considere que $1,2m = 120cm$, luego de este modo

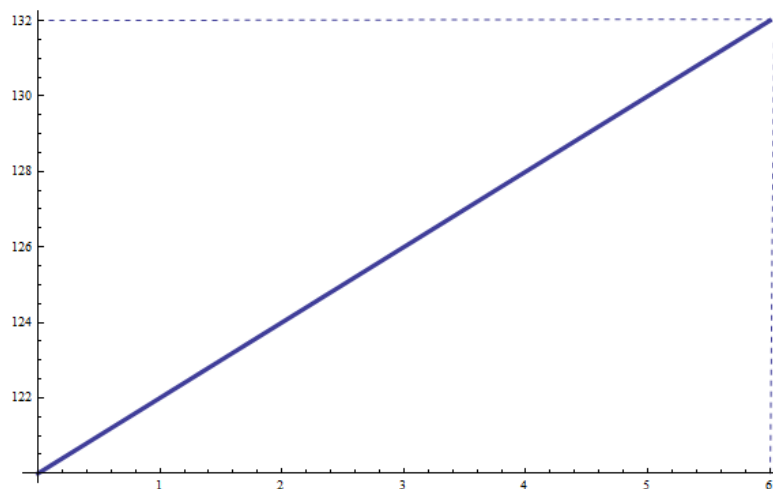
$$h(t) = 120 + 20t$$

b) Determine la altura en cm del nivel del agua alcanzada después de 2 horas y media.

Valor 1 punto

R/ $h(2,5) = 120 + 20 \cdot 2,5 = 170cm$

c) Represente gráficamente la función encontrada en el apartado a). **Valor 2 puntos**



3. Demuestre la siguiente igualdad utilizando propiedades logarítmicas.

Valor 4 puntos

$$2 \ln 2 - \ln(\log_2 x^e) + \ln(\log_2 \sqrt{x}) = \ln 2 - 1$$

$$\begin{aligned} 2 \ln 2 - \ln(\log_2 x^e) + \ln(\log_2 \sqrt{x}) &= 2 \ln 2 - \ln(e \cdot \log_2 x) + \ln\left(\frac{1}{2} \cdot \log_2 x\right) \\ &= 2 \ln 2 - \ln e - \ln(\log_2 x) + \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(\log_2 x) \\ &= 2 \ln 2 - 1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2 - 1 \end{aligned}$$

4. Resuelva y escriba el conjunto solución de la siguiente ecuación

$$e^x - 6e^{-x} - 1 = 0$$

Valor 6 puntos

$$e^x - 6e^{-x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{e^{2x} - e^x - 6}{e^x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - e^x - 6 = 0$$

Tome luego $m = e^x$ y así la última ecuación se transforma en

$$m^2 - m - 6 = 0$$

de donde $m = 3 \vee m = -2$, es decir, $e^x = 3 \vee e^x = -2$. Finalmente resolviendo dichas ecuaciones solo obtenemos como válida $x = \ln 3$, siendo el conjunto solución

$$S = \{\ln 3\}$$
