



Instituto Tecnológico de Costa Rica-Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática

MATEM 2015

-Precálculo Undécimo Año-
-Modalidad anual-

II EXAMEN PARCIAL 2015

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

Miércoles 12 de Agosto de 2015

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
 2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
 3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (25 puntos), la segunda parte de respuesta corta (10 puntos) y la tercera es de desarrollo (19 puntos).
 4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
 5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
 6. **En los ítems de selección** usted deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas indicadas en la hoja para respuestas.**
 7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
 8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta **no se calificará.**
 9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
 10. **Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.**
-

I PARTE: SELECCIÓN ÚNICA.**(Valor 25 puntos)**

INSTRUCCIONES: A continuación se le presentan 25 enunciados, cada uno con cuatro opciones de respuesta de las cuales solo una es correcta. Marque una equis (x) sobre la letra que antecede a la opción que completa de forma correcta cada enunciado.

1. El conjunto solución de la inecuación $-3x + 1 < 7$ corresponde a

a) $] -2, +\infty[$

b) $] -\infty, -2[$

c) $] -\infty, \frac{-8}{3} [$

d) $] \frac{-8}{3}, +\infty [$

2. Si $x \in [1, 4[$ entonces $2x + 1$ pertenece a

a) $[1, 4[$

b) $[3, 9[$

c) $[1, 4]$

d) $]3, 9]$

3. Para que la inecuación $x^2 + x + k > 0$ tenga por conjunto solución $] -\infty, -3[\cup]2, +\infty[$, el valor de k debe ser igual a

a) -6

b) 6

c) -13

d) -11

4. El conjunto solución de la inecuación $x(x+3)^2(1-3x) \geq 0$ corresponde a

- a) $]-\infty, 0] \cup [\frac{1}{3}, +\infty[$
- b) $]-\infty, -3] \cup [0, \frac{1}{3}]$
- c) $[0, \frac{1}{3}]$
- d) $[0, \frac{1}{3}] \cup \{-3\}$

5. Analice las siguientes relaciones

I) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ con $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$.

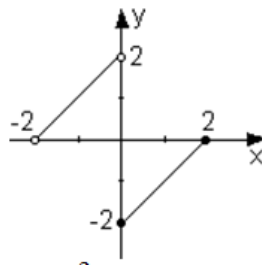
II) $n: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{N}$ con $n(x) = \sqrt{x}$.

III) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $h(x) = \frac{2x-5}{1-x}$.

De las relaciones anteriores, son funciones:

- a) Todas.
- b) Ninguna.
- c) Solo la I y II.
- d) Solo la I y III.

6. Según los datos de la función representada mediante la gráfica de la figura adjunta



- a) La preimagen de -2 es 2 .
 - b) La preimagen de 0 es 2 .
 - c) La imagen de 2 es -2 .
 - d) La imagen de -2 es 0 .
-

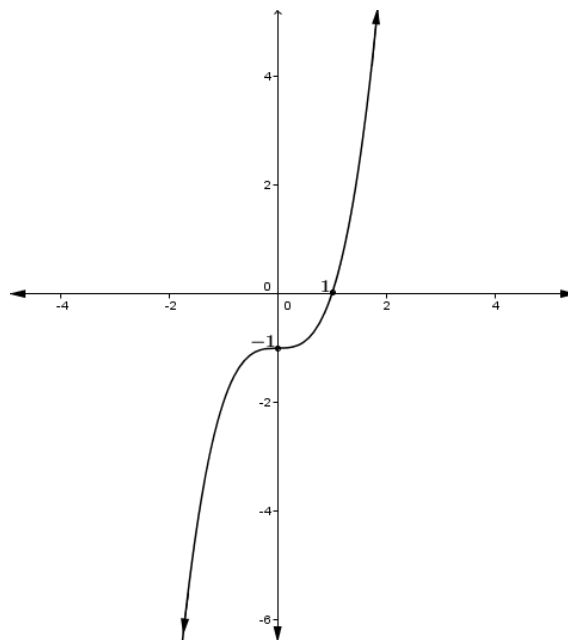
7. La gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, representada en la figura adjunta corresponde a

a) $f(x) = (x - 1)^3$

b) $f(x) = x^3 - 1$

c) $f(x) = -x^3 - 1$

d) $f(x) = x^3 + 1$



8. Sea f una función decreciente, con dominio \mathbb{R} tal que $f(1) = 0$ y $f(-2) = 6$ entonces, con certeza se cumple que

a) $f(0) > f(1)$.

b) $f(-1) < f(0)$.

c) $f(1) > f(-2)$.

d) $f(-1) < f(1)$.

9. Sea $h: [0, +\infty[\rightarrow A$, con $h(x) = x^2 + 1$, h es sobreyectiva si y solo si el conjunto A es el siguiente

a) \mathbb{R}

b) $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

c) \mathbb{R}^+

d) $[1, +\infty[$

10. El dominio máximo de la función f dada por $f(x) = \frac{x+3}{\frac{-x}{2} + 4x^2}$ corresponde a

a) $\mathbb{R} - \left\{-3, 0, \frac{1}{8}\right\}$

b) $\mathbb{R} - \{-3\}$

c) $\mathbb{R} - \left\{0, \frac{1}{4}\right\}$

d) $\mathbb{R} - \left\{0, \frac{1}{8}\right\}$

11. El dominio máximo de la función h dada por $h(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x^2-25}}$ es

a) $]5, +\infty[$

b) $[5, +\infty[$

c) $] -\infty, -5[\cup]5, +\infty[$

d) $] -5, +\infty[$

12. Sea $f(x) = 3^{x+2}$, entonces $f(x+2) - f(x)$ es igual a

a) 3^2

b) 3^4

c) $8 \cdot 3^{x+2}$

d) 3^{2x+6}

13. Si $g(x) = x^2 + 1$ y $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ entonces $(g \circ f)(x)$ corresponde a

a) 1

b) $\frac{x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2}$

c) $\frac{x^4 + (x^2 + 1)^2}{(x^2 + 1)^2}$

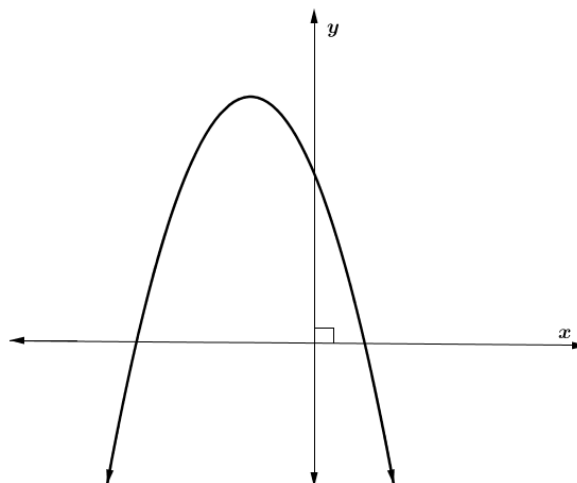
d) $\frac{x^4 + (x^2 + 1)^2}{(x^2 + 1)^4}$

14. Considere las funciones $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x + 2$ y $g : B \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = f(x - 2)$. El dominio de g es

- a) $[-4, 1]$
- b) $[-1, 4]$
- c) $[3, 9]$
- d) $[0, 5]$

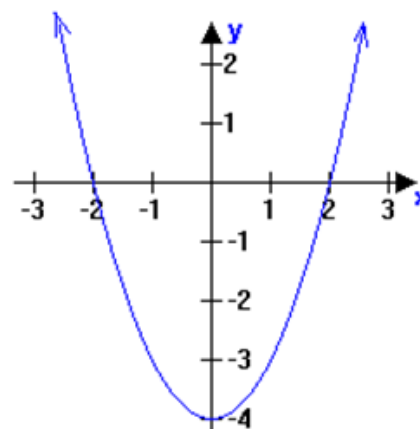
15. La figura adjunta, representa la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, en ella se cumple

- a) $b < 0; c < 0$
- b) $b > 0; c < 0$
- c) $b > 0; c > 0$
- d) $b < 0; c > 0$



16. La función representada en la figura adjunta, crece en el intervalo

- a) $[0, +\infty[$
- b) $] -\infty, 0[$
- c) $[-4, +\infty[$
- d) $] -\infty, 4[$



17. Considere las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cuyos criterios se dan a continuación

$$f(x) = 2 + x^2 \qquad g(x) = (x - 2)^2$$

De ellas, ¿cuáles tienen como ámbito a $[2, +\infty[$?

- a) Solo la f .
 - b) Solo la g .
 - c) La f y la g .
 - d) Ni la f ni la g .
18. Un fabricante de ropa ha encontrado que cuando el precio por unidad es p colones, el ingreso R en colones esta dado por $R(p) = -4p^2 + 4000p$. ¿Cuál es el precio unitario en colones que se debe establecer para maximizar el ingreso?

- a) 500
- b) 1000
- c) 4000
- d) 1000000

19. Considere las siguientes proposiciones para una función exponencial $f :]-\infty, 0] \rightarrow]0, 1]$ con $f(x) = a^x$.

- I. $a > 1$.
- II. $f(-1) < f(-3)$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- a) Ambas
 - b) Ninguna
 - c) Solo la I
 - d) Solo la II
-

20. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ dada por $f(x) = 3^{-x}$, entonces se cumple que

- a) $f(0) = 0$
- b) $f(-1) < 0$
- c) $0 < f(1) < 1$
- d) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$

21. Considere las siguientes proposiciones para la función $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$.

- I. La gráfica de f interseca el eje x en $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.
- II. Si $0 < x < 1$, entonces $f(x) > 0$.

De ellas, ¿cuáles son verdaderas?

- a) Ambas
- b) Ninguna
- c) Solo la I
- d) Solo la II

22. Sea $n \in \mathbb{R}^+$ y f una función dada por $f(x) = \log_a x$, si $a > 1$ y $n > a$ entonces se cumple

- a) $f(n) < 0$
 - b) $f(n) < 1$
 - c) $f(n) > 1$
 - d) $f(n) = n$
-

23. Si $2^{x-5} = 1$, entonces el valor de $\log_x 5$ es el siguiente

a) -1

b) -5

c) 5

d) 1

24. La energía E (en *ergs*) liberada durante un temblor de magnitud R en la escala Richter se puede calcular mediante la fórmula $\log E = 11,4 + 1,5R$. La energía liberada en un temblor que tuvo una magnitud de 8,4 en la escala Richter es la siguiente

a) 240

b) 10^{24}

c) 24^{10}

d) $\log(24)$

25. El conjunto solución de la inecuación $\log_{\frac{1}{3}} x \leq \log_3 x$ es el siguiente

a) $]1, +\infty[$

b) $[1, +\infty[$

c) $]0, 1]$

d) $]0, 1[$



-Precálculo undécimo Año–Modalidad anual-

II EXAMEN PARCIAL 2015

Miércoles 12 de Agosto de 2015

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____

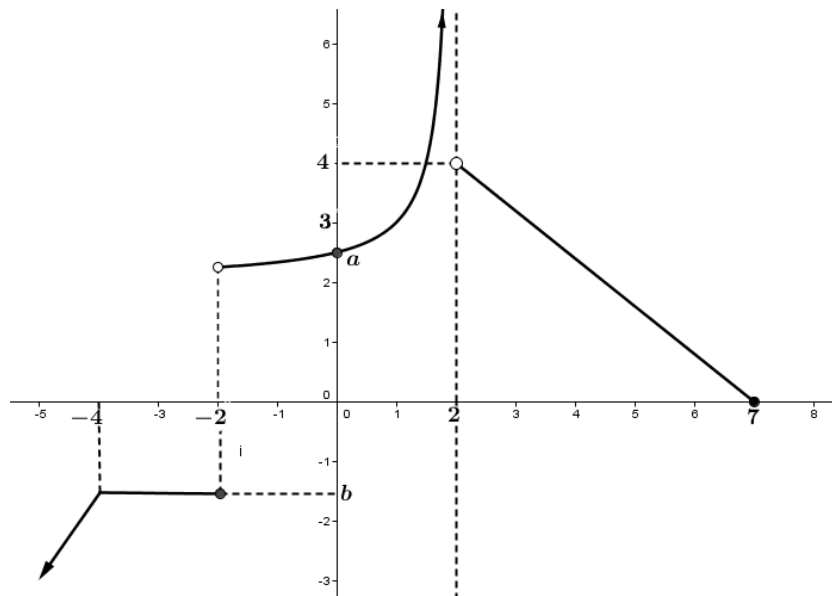
	Puntos
Respuesta Corta	
Desarrollo 1	
Desarrollo 2	
Desarrollo 3	
Desarrollo 4	

II PARTE: RESPUESTA CORTA**(Valor 10 puntos).**

Escriba en el espacio indicado lo que se le solicita de modo que las proposiciones sean verdaderas.

1. El conjunto solución de la inecuación $|1 - 3x| < 5$, es el siguiente _____
2. El conjunto solución de la inecuación $\left| \frac{2x - 5}{4} \right| \leq 0$, es el siguiente _____

Con base en la gráfica de la función f que aparece a continuación, complete los ítems del 3 al 10.



3. Dominio de la función f _____
4. Ámbito de la función f _____
5. Cantidad de preimágenes de a _____
6. Intersección de f con el eje x _____
7. Intersección de f con el eje y _____
8. Un intervalo donde la función f sea estrictamente decreciente _____
9. $f(-3) + 5 \cdot f(0) =$ _____
10. ¿Es f una función inyectiva? _____

III PARTE: DESARROLLO.**(Valor 19 puntos)**

INSTRUCCIONES: A continuación se le presentan cuatro ejercicios. Resuélvalos en forma clara, correcta y ordenada. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios para obtener la respuesta correcta.

1. Resuelva la siguiente inecuación y escriba su conjunto solución.

Valor 5 puntos

$$\frac{(7x - 3x^2 - 4x^3)(x^2 + 9)}{(16x^2 - 49)} \geq 0$$

2. Una piscina es llenada por una manguera en forma constante de modo que la altura alcanzada por el agua aumenta 20 cm por cada hora que transcurre. Si inicialmente el agua que había en la piscina llegaba a una altura de $1,2\text{ m}$.

a) Escriba la ecuación de la función que determina la altura h en cm del agua después de transcurridas t horas, $t \leq 6$. **Valor 1 punto**

b) Determine la altura en cm del nivel del agua alcanzada después de 2 horas y media. **Valor 1 punto**

c) Represente gráficamente la función encontrada en el apartado a). **Valor 2 puntos**

3. Demuestre la siguiente igualdad utilizando propiedades logarítmicas.

Valor 4 puntos

$$2\ln 2 - \ln(\log_2 x^e) + \ln(\log_2 \sqrt{x}) = \ln 2 - 1$$

4. Resuelva y escriba el conjunto solución de la siguiente ecuación

$$e^x - 6e^{-x} - 1 = 0$$

Valor 6 puntos
