Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2011

http://matem.emate.ucr.ac.cr/
tel. (506) 2511-4528

PROYECTO MATEM
-Matemática en la Enseñanza Media-

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

III EXAMEN PARCIAL 2011

Nombre: ____

Colegio: ____

Código: ____

FÓRMULA 1

Sábado 15 de octubre, 2011

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, las instrucciones y las preguntas, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única y está constituida por 30 ítems (30 puntos); y la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems (15 puntos).
- La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Debe llenar ésta con la información que se le solicita.
- En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En la hoja de respuestas en que responde los ítems de selección**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer escrito todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- En el desarrollo utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Puede utilizar calculadora que realice únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**
- Tiempo máximo para resolver la prueba: **3 horas**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA **(Valor 30 puntos)**

Puede utilizar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solamente se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas. Vale un punto cada respuesta correcta.

1) Un punto que se encuentra en la circunferencia trigonométrica es

a) $\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

b) $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $\left(\sqrt{\frac{1}{2}},-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

2) El punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real $\frac{5\pi}{3}$ es

a) $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

d) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

3) Al número real $\frac{31\pi}{6}$ le corresponde el mismo punto en la circunferencia trigonométrica que al número real

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{7\pi}{6}$

d) $\frac{11\pi}{6}$

4) Si el punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real t es $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$ entonces se puede afirmar que $\operatorname{sen}(t)-1$ es

a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-1$
b) $-\frac{3}{2}$
c) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$
d) $-\frac{1}{2}$

5) El resultado de $\operatorname{sen}^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)$

a) $\frac{5}{4}$
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) 0

Para responder los ítems 6, 7, 8 9 y 10 considere la función

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{3}{2}sen\left(4x+\frac{2\pi}{3}\right)$$

6) El período de la función f es

a) $\frac{4\pi}{3}$
b) $\frac{2\pi}{3}$
c) $\frac{\pi}{2}$
d) 2π

7) La amplitud de la función f es

a) $\frac{2\pi}{3}$
b) $\frac{3}{2}$
c) $\frac{2}{3}$
d) 4

8) El ámbito de la función f es

a) $\mathbb{R}$
b) $[-1,1]$
c) $[-4,4]$
d) $\left[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right]$

9) El corrimiento de fase de la función f es

a) 2π
b) $\frac{2\pi}{3}$
c) $\frac{\pi}{3}$
d) $\frac{\pi}{6}$

10) El valor numérico de $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$

a) 0
b) 1
c) -1
d) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

11) Se define $h: A \to \mathbb{R}$, $h(x) = \tan x$ entonces el conjunto A es

a) $\mathbb{R} - \{k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$
b) $\mathbb{R} - \left\{\frac{k}{2}\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$
c) $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$
d) $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$

12) Sea la función $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sec(x)$. Un intervalo en el cual *f* es estrictamente creciente es

a) $]-3,-2[$
b) $]-1,0[$
c) $]5,6[$
d) $]0,1[$

13) El valor numérico de $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right)$ corresponde a

a) $\frac{2\pi}{3}$
b) $\frac{\pi}{3}$
c) $\frac{\pi}{6}$
d) $\frac{5\pi}{6}$

14) El valor numérico de $\operatorname{sen}\left(4 \arccos\left(\frac{-1}{2}\right)\right)$

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $2\sqrt{3}$
d) $-\frac{1}{2}$

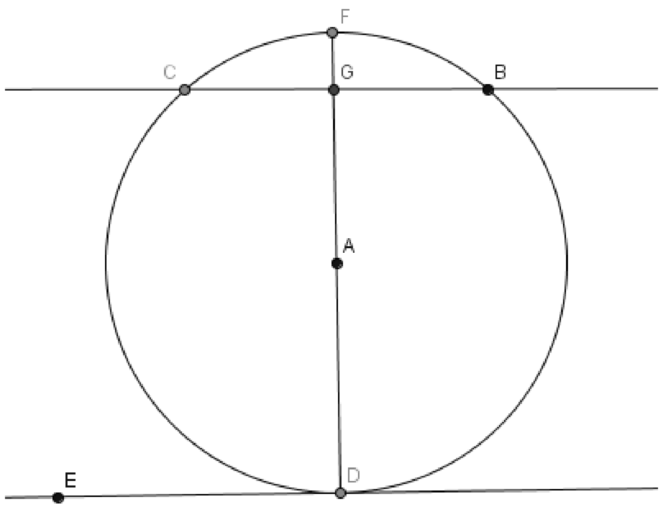
15) Considere las siguientes afirmaciones:

I) Una recta secante a una circunferencia contiene exactamente un punto de la circunferencia.
II) Una recta exterior a una circunferencia pertenece al mismo plano de la circunferencia pero no la interseca.
III) Toda cuerda de una circunferencia contiene únicamente dos puntos circunferencia.

De ellas, son verdaderas

a) I y II
b) I y III
c) II y III
d) I, II y III

16) En la figura se tiene que A es el centro de la circunferencia, $\overleftrightarrow{DE}$ es tangente a la circunferencia en el punto D, y $\overleftrightarrow{BC}$ y $\overleftrightarrow{DE}$ son paralelas entre si.



Considere las siguientes afirmaciones:

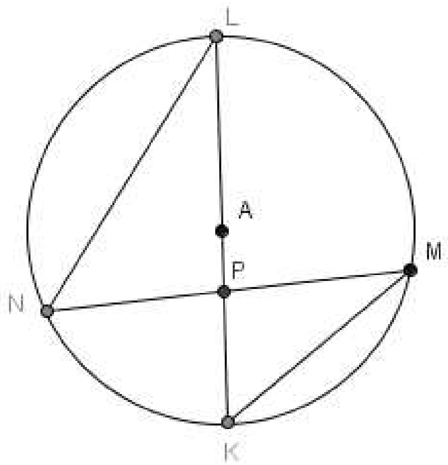
I) $BG = CG$
II) $DG = BC$
III) $m\sphericalangle EDF = m\sphericalangle DGB$

De ellas, son verdaderas
a) I y II
b) I y III
c) II y III
d) I, II y III

17) Sean $\overline{DB}$ y $\overline{AC}$ cuerdas de una circunferencia que se cortan en un punto M, si $AM = 3\ cm$, $BM = 8\ cm$ y $MD = 6\ cm$, entonces el segmento $\overline{MC}$ mide

a) $16\ cm$
b) $4\ cm$
c) $\frac{9}{4}\ cm$
d) $4\sqrt{2}\ cm$

18) En la figura se tiene que A es el centro de la circunferencia.



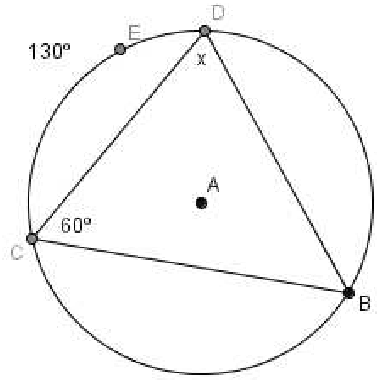
Considere las siguientes afirmaciones:

I) $\measuredangle NLP \cong \measuredangle PMK$
II) $\measuredangle LNM \cong \measuredangle LPM$
III) $\Delta PLN \sim \Delta PMK$

De ellas, son verdaderas

a) I y II
b) I y III
c) II y III
d) I, II y III

19) En la figura se tiene que A es el centro de la circunferencia y que $m\overset{\frown}{DEC}=130º$, entonces el ángulo x mide



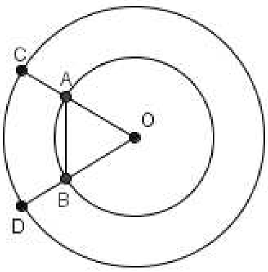
a) 55º

b) 60º

c) 65º

d) 70º

20) En la figura se tiene que O es el centro de las circunferencias concéntricas. Si $\overset{\frown}{BA}$ y $\overset{\frown}{CD}$ son arcos menores tales que $OA=2AC$ y $m\sphericalangle BOA=60º$, si el perímetro del triángulo ΔOAB es 18 cm, entonces la longitud del arco menor $\overset{\frown}{CD}$ en centímetros es



a) $\frac{\pi}{2}$

b) π

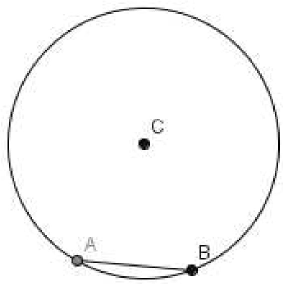
c) 2π

d) 3π

21) Si el área de un círculo es igual al doble de la longitud de su circunferencia entonces el área en metros cuadrados es

a) 2π
b) 4π
c) 8π
d) 16π

22) Si el centro de la circunferencia de longitud $8\pi\ cm$ es el punto C y el triángulo ΔABC es equilátero entonces la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda $\overline{AB}$, en centímetros es



a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{3}$
d) $8\sqrt{3}$

23) Si los ángulos internos de un polígono convexo suman $1260°$ entonces la cantidad de diagonales de este polígono es

a) 23
b) 27
c) 35
d) 44

24) En un polígono regular en el cual cada ángulo central mide $15°$ y cada lado mide $16\ cm$, se tiene que el semiperímetro, en centímetros es

a) 120
b) 144
c) 192
d) 384

25) La base mayor de un trapecio mide 12 *cm*. Si la altura y la base menor tienen iguales medidas y su área es 22,5 cm^2 entonces su altura en *cm* es

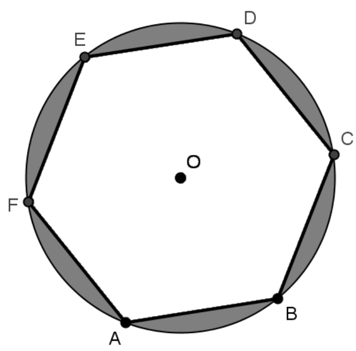
a) 3

b) 6

c) 8

d) 15

26) En la figura *O* es el centro del círculo de radio *2 cm*. El área de la región comprendida dentro del círculo y fuera del hexágono regular inscrito al círculo es



a) $4\pi - 6\sqrt{3}$

b) $4\pi - \sqrt{3}$

c) $6\sqrt{3} - 4\pi$

d) $4\pi - 12$

27) Considere a C_1 y C_2 dos circunferencias de centros *P* y *Q*, cuyos radios miden *14cm* y *15cm* respectivamente. Si $PQ = 12cm$ entonces se puede asegurar que C_1 y C_2

a) no se intersecan entre si

b) se intersecan en un único punto

c) se intersecan en dos puntos

d) una está en el interior de la otra

28) Considere dos esferas: E_1 cuyo volumen es V_1 y E_2 con volumen V_2. Si el radio de E_2 es el triple del radio de E_1, entonces

a) $V_2 = \frac{1}{3}V_1$

b) $V_2 = 3V_1$

c) $V_2 = 9V_1$

d) $V_2 = 27V_1$

29) El volumen de un cilindro es $24\pi\ cm^3$. Si la altura mide $\pi\ cm$, entonces el área lateral del cilindro, en centímetros cuadrados es

a) $4\pi\sqrt{6\pi}$

b) $4\pi\sqrt{6}\pi$

c) $4\sqrt{6\pi}$

d) $2\pi\sqrt{6\pi}$

30) Si una cara lateral de una pirámide cuadrangular tiene un área de 24 cm^2 y la base de la pirámide mide de lado 4 *cm* entonces el volumen de la pirámide es

a) 64

b) $32\sqrt{35}$

c) $\frac{16\sqrt{35}}{3}$

d) $\frac{32\sqrt{35}}{3}$

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM 2011

Sábado 15 de octubre, 2011
Tercer Examen Parcial
Tiempo Máximo: 3 horas

Pregunta	Puntos
1	
2	
3	

NOMBRE DEL ALUMNO: ______________________________

CÓDIGO: ______________________________

COLEGIO: ______________________________

<u>SEGUNDA PARTE. DESARROLLO</u> **(Valor total 15 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, debe escribir todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Demuestre la siguiente identidad trigonométrica: (<u>Valor 4 puntos</u>)

$$\tan^4(x) - \sec^4(x) = 1 - 2\sec^2(x) \qquad \text{para} \quad x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación trigonométrica

(Valor: 4 puntos)

$$6\operatorname{sen}x\cos^2 x + 11\operatorname{sen}x\cos x = 4\operatorname{sen}x$$

3) a) Dibuje la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de *8 cm* de diagonal. (2 puntos)

b) Calcule el área de la corona circular que se menciona en el ítem 3a. (5 puntos)