



Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2011

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>
tel. (506) 2511-4528



SOLUCION III EXAMEN PARCIAL
Ma 125 Matemática Elemental Undécimo Año

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor total 15 puntos)

1) Demuestre la siguiente identidad trigonométrica: (Valor 4 puntos)

$$\tan^4(x) - \sec^4(x) = 1 - 2\sec^2(x) \quad \text{para } x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\tan^4(x) - \sec^4(x)$$

$$= (\tan^2(x) - \sec^2(x))(\tan^2(x) + \sec^2(x))$$

$$= \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right)$$

$$= \left(\frac{-\cos^2 x}{\cos^2 x} \right) \cdot \left(\frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} \right)$$

$$= -\frac{(1 + \sin^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= -\frac{(1 - \cos^2 x + 1)}{\cos^2 x}$$

$$= -\frac{(2 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$$

$$= 1 - 2\sec^2(x)$$

2) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación trigonométrica

(Valor: 4 puntos)

$$6\operatorname{sen}x \cos^2 x + 11\operatorname{sen}x \cos x = 4\operatorname{sen}x$$

$$6\operatorname{sen}x \cos^2 x + 11\operatorname{sen}x \cos x - 4\operatorname{sen}x = 0$$

$$\operatorname{sen}x(6\cos^2 x + 11\cos x - 4) = 0$$

$$\operatorname{sen}x = 0 \quad x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

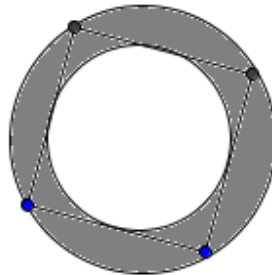
$$6\cos^2 x + 11\cos x - 4 = 0$$

$$y = \cos x$$

$$6y^2 + 11y - 4 = 0$$

La solución de la ecuación que se forma con este factor tiene solución pero es muy difícil de calcular sin una calculadora adecuada. Por lo tanto si responden que no tiene solución se asignan los puntos y se señala el error.

3) a) Dibuje la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de 8 cm de diagonal. (2 puntos)



b) Calcule el área de la corona circular que se menciona en el ítem 3a. (5 puntos)

$$D = 8 \quad \text{Diagonal del cuadrado} = 2R$$

$$R = 4 \quad R \text{ radio circunferencia de radio mayor}$$

$$x^2 + x^2 = D^2 \quad x \text{ lado del cuadrado}$$

$$2x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{32}$$

$$r = \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2} \quad r \text{ radio de la circunferencia menor}$$

$$A = \left(4^2 - \left(\frac{\sqrt{32}}{2} \right)^2 \right) \cdot \pi = 8\pi$$