Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Proyecto MATEM 2010

http://matem.emate.ucr.ac.cr/
tel. (506) 2511-4528

MATEM
Matemática para la Enseñanza Media

PROYECTO MATEM
-Matemática en la Enseñanza Media-

MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL

Undécimo año

III EXAMEN PARCIAL 2010

Nombre: ____

Colegio: ____

Código: ____

FÓRMULA 1

Sábado 16 de octubre, 2010

INSTRUCCIONES

- Lea cuidadosamente, las instrucciones y las preguntas, antes de contestar.
- Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única y está constituida por 30 ítems (30 puntos); y la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems (16 puntos).
- La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Debe llenar ésta con la información que se le solicita.
- En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
- **En la hoja de respuestas en que responde los ítems de selección**, usted debe **rellenar con lápiz la celda** que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
- **En los ítems de desarrollo, debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos.
- En el desarrollo utilice únicamente bolígrafo azul o negro.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
- Puede utilizar calculadora que tenga únicamente las operaciones básicas.
- **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**
- Tiempo máximo para realizarlo: **3 horas**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA **(Valor 30 puntos)**

Puede utilizar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, solamente se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja de respuestas. Vale un punto cada respuesta correcta.

1) El punto de la circunferencia trigonométrica correspondiente al número real $\frac{\pi}{4}$ es

a. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

b. $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

c. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

d. $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

2) El resultado de $\operatorname{sen}\left(\frac{15\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{15\pi}{4}\right)$

a. $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

b. $-\sqrt{2}$

c. 0

d. 1

3) El resultado de $\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(\frac{-7\pi}{6}\right)$ es igual a

a. 0

b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\frac{1}{2}$

d. 1

4) El período de la función definida por $h(x) = 6\cos\left(\frac{x}{4} - \frac{2\pi}{3}\right)$ en su dominio máximo es

a. 2π

b. $\frac{\pi}{4}$

c. 8π

d. $\frac{2\pi}{3}$

5) El ámbito de la función $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $h(x) = 6\cos\left(\frac{x}{4} - \frac{2\pi}{3}\right)$ es

a. $\mathbb{R}$

b. $[-1,1]$

c. $[-6,6]$

d. $\left[\frac{-1}{6},\frac{1}{6}\right]$

6) Se define $h:A\to\mathbb{R}$, $h(x) = \cot x$. Si A es el dominio máximo de h entonces el conjunto A es

a. $\mathbb{R} - \{k\pi / k\in\mathbb{Z}\}$

b. $\mathbb{R} - \{\pi + 2k\pi / k\in\mathbb{Z}\}$

c. $\mathbb{R} - \left\{\frac{k}{2}\pi / k\in\mathbb{Z}\right\}$

d. $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi / k\in\mathbb{Z}\right\}$

7) El valor numérico de $\operatorname{arcsen}\left(\frac{-1}{2}\right)$ es igual a

a. $\frac{\pi}{6}$

b. $-\frac{\pi}{6}$

c. $\frac{\pi}{3}$

d. $-\frac{\pi}{3}$

8) La expresión $\operatorname{sen}(x+4\pi)\cdot\sec(x-8\pi)$ es equivalente a

a. $\tan x$

b. $-\tan x$

c. $\cot x$

d. $-\cot x$

9) Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2\cos(x)$. Un intervalo en el cual f es estrictamente decreciente es

a. $]-2,0[$

b. $]-3,-2[$

c. $]\,0,2\,[$

d. $]\,4,6\,[$

10) Si $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función tal que el conjunto solución de $f(x)=0$ es $\left\{\frac{-3\pi}{2}+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\right\}$ entonces un punto de intersección de la gráfica de *f* con el *eje x* es

a. $\left(\frac{-5\pi}{2},0\right)$

b. $\left(\frac{-\pi}{2},0\right)$

c. $\left(\frac{7\pi}{2},0\right)$

d. $\left(\frac{17\pi}{2},0\right)$

11) El conjunto solución de la ecuación $\operatorname{sen}2x = 2\operatorname{sen}x \cdot \cos x$ es

a. $\varnothing$

b. $\mathbb{R}$

c. $\left\{ \frac{k\pi}{2} + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$

d. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$

12) La expresión $\cos(-x) + \operatorname{sen}(-x)$ es equivalente a

a. $-\cos x + \operatorname{sen}x$

b. $\cos x + \operatorname{sen}x$

c. $\cos x - \operatorname{sen}x$

d. $-\cos x - \operatorname{sen}x$

13) Considere las siguientes afirmaciones:

I. Toda cuerda de una circunferencia contiene únicamente dos puntos del círculo.

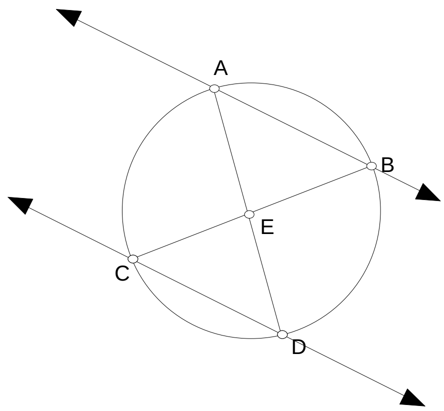
II. La medida de una cuerda de una circunferencia de diámetro r es siempre menor o igual a r.

III. Un radio de una circunferencia es una cuerda de la circunferencia.

De ellas, son verdaderas

a. Solamente I
b. Solamente II
c. Solamente III
d. Todas

14) En la figura se tiene que el punto E es el centro de la circunferencia; A, B, C y D son puntos de la circunferencia y $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$. Analice las siguientes afirmaciones:



I. Los arcos $\overset{\frown}{AB}$ *y* $\overset{\frown}{DC}$ *son congruentes.*

II. $m\angle BAD = m\angle CBA$

III. E es el punto medio de $\overline{AD}$.

De ellas se cumplen con certeza:

a. Todas

b. Solamente II

c. Solamente I y III

d. Solamente II y III

15) Sean $\overline{DB}$ y $\overline{AC}$ cuerdas de una circunferencia que se cortan en un punto M, si $AM = 3\ cm$, $BM = 8\ cm$ y $MD = 6\ cm$, entonces el segmento MC mide

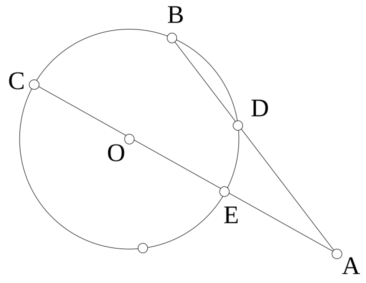
a. $16\ cm$

b. $4\ cm$

c. $\dfrac{9}{4}\ cm$

d. $4\sqrt{2}\ cm$

16) En el gráfico, se tiene que O es el centro de la circunferencia, $m\sphericalangle COB = 70°$ y $m\sphericalangle DOB = 60°$, entonces se puede afirmar que $m\sphericalangle CAB$ es igual a



a. $20°$

b. $10°$

c. $35°$

d. $25°$

17) Si el área de un círculo es igual a la longitud de su circunferencia entonces su diámetro mide

a. $\frac{1}{2}$

b. 1

c. 2

d. 4

18) Considere dos circunferencias concéntricas que determinan una corona circular de $3a\ cm$ de ancho y $15a^2\pi\ cm^2$ de área. El diámetro de la circunferencia menor es

a. $a\ cm$

b. $2a\ cm$

c. $4a\ cm$

d. $6a\ cm$

19) En una circunferencia de centro O, los radios $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ determinan el arco menor $\overset{\frown}{AB}$ de $6\pi\ cm$ de longitud y el sector circular respectivo de $30\pi\, cm^2$ de área. El diámetro de esa circunferencia mide

a. 5 cm

b. 10cm

c. 20cm

d. 40 cm

20) Considere el triángulo rectángulo $\triangle ABC$ tal que A y B son puntos de una circunferencia de centro C. Si $AB = 8\ cm$ entonces el área del segmento circular determinado por la cuerda $\overline{AB}$ y el arco $\overset{\frown}{AB}$ es

a. $(8\pi - 16)\ cm^2$

b. $(8\pi - 8)\ cm^2$

c. $(16\pi - 16)\ cm^2$

d. $(16\pi - 32)\ cm^2$

21) Considere las siguientes afirmaciones:

I. En un polígono convexo de n lados, desde cada vértice se pueden trazar $n-3$ *diagonales*

II. La suma de las medidas de los ángulos centrales de un polígono convexo es $360°$

III. En un polígono convexo de n lados, la suma de las medidas de todos los ángulos internos se calcula con la fórmula $S = (n-2)\cdot 180°$

De las afirmaciones anteriores se puede afirmar que son verdaderas

a. I y II

b. I y III

c. II y III

d. I, II y III

22) Sea un polígono regular en el cual cada ángulo central mide $20°$ y cada lado mide $12\ cm$, entonces el perímetro de éste polígono es

a. $216\ cm$

b. $360\ cm$

c. $144\ cm$

d. $540\ cm$

23) El área de un polígono regular de tres lados cuyo lado mide $10b^2\ cm$ es

a. $30b^2\sqrt{2}\ cm^2$

b. $15b^4\sqrt{3}\ cm^2$

c. $25b^2\sqrt{3}\ cm^2$

d. $25b^4\sqrt{3}\ cm^2$

24) En un cuadrado de $k\ cm^2$ de área, el radio de la circunferencia inscrita mide

a. $2\sqrt{k}\ cm$

b. $k\sqrt{2}\ cm$

c. $\frac{k}{2}\ cm$

d. $\frac{\sqrt{k}}{2}\ cm$

25) El área de un hexágono regular es $\sqrt{108}\ cm^2$ entonces la medida del lado es

a. $2\ cm$

b. $4\ cm$

c. $\sqrt{3}\ cm$

d. $2\sqrt{3}\ cm$

26) Las dimensiones de un paralelepípedo rectangular son $5\ cm$ de largo, $4\ cm$ de ancho, $3\ cm$ la altura, entonces la medida de la diagonal de éste paralelepípedo es

a. $25\ cm$

b. $\sqrt{12}\ cm$

c. $5\sqrt{2}\ cm$

d. $\sqrt{41}\ cm$

27) Si el volumen de una esfera es $\dfrac{32x}{3}$ entonces el área de esta esfera es

a. $4\pi\sqrt[3]{\left(\dfrac{x}{\pi}\right)^2}$

b. $16\pi\sqrt[3]{\left(\dfrac{x}{\pi}\right)^2}$

c. $16\pi\sqrt{\left(\dfrac{x}{\pi}\right)^3}$

d. $4\pi\sqrt{\left(\dfrac{x}{\pi}\right)^3}$

28) Un cono circular recto cuya altura mide $1\,cm$, tiene $2\ cm^3$ de volumen, por lo tanto el área de la base de este cono mide

a. $\sqrt{\dfrac{6}{\pi}}\ cm^2$

b. $\dfrac{6}{\pi}\ cm^2$

c. $6\pi\ cm^2$

d. $6\ cm^2$

29) Si el lado de la base de una pirámide cuadrangular mide $4\ cm$, y una cara lateral tiene un área de $24\ cm^2$ entonces el volumen de la pirámide es

a. $64\ cm^3$

b. $\dfrac{16\sqrt{35}}{3}\ cm^3$

c. $\dfrac{32\sqrt{35}}{3}\ cm^3$

d. $32\sqrt{35}\ cm^3$

30) El volumen de un cilindro es $360\pi\ cm^3$. Si la altura mide $10\ cm$, entonces el área lateral del cilindro es

a. $120\ cm^2$

b. $60\pi\ cm^2$

c. $120\pi\ cm^2$

d. $720\pi\ cm^2$

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM 2010

Sábado 16 de octubre, 2010
Tercer Examen Parcial
Tiempo Máximo: 3 horas

NOMBRE DEL ALUMNO: ____

CÓDIGO: ____

COLEGIO: ____

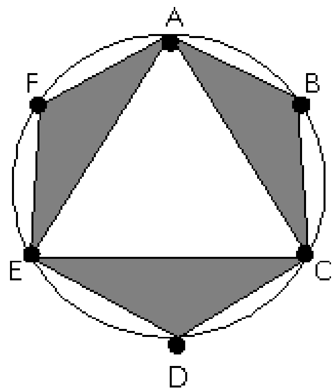
PUNTOS OBTENIDOS EN DESARROLLO__________

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO **(Valor total 16 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1) Calcule el área de la región sombreada en la figura que aparece abajo, donde el hexágono $ABCDEF$ es regular y está inscrito en una circunferencia de 12 cm de radio.

(Valor: 5 puntos)



2) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación trigonométrica, en el intervalo $\left[0, 2\pi\right[$:

(Valor: 6 puntos)

$$2\text{sen}x \cdot \frac{1}{\sec x} + 2\text{sen}x + \cos x + 2 - \text{sen}^2 x = \cos^2 x$$

3) Se va a pintar, por dentro y por fuera, una caja sin tapa que tiene forma de cubo y está construida con madera, el volumen de la caja es $125000\ cm^3$. La madera utilizada tiene $2\ cm$ de grueso. Es necesario que usted calcule el área de la superficie que se quiere pintar, para comprar la cantidad de pintura necesaria.

(Valor: 5 puntos)