



Universidad de Costa Rica
Instituto Tecnológico de Costa Rica



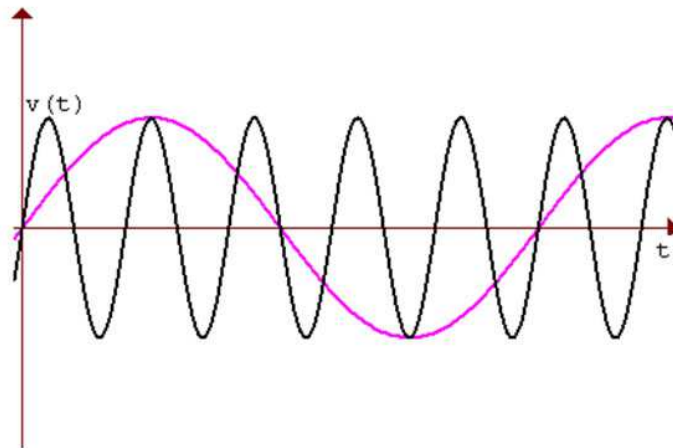
PRECÁLCULO

-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2015

Nombre: _____ código: _____

Colegio: _____



Fórmula

1

Sábado 14 de noviembre de 2015

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (23 puntos), la segunda es de Respuesta Corta (7 puntos) y la tercera de desarrollo (15 puntos).
4. Las partes de Selección y Respuesta Corta deben ser contestadas en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección, deberá rellenar con lápiz, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente tinta indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 23 puntos)

1. Si $P(a, b)$ es un punto de la circunferencia trigonométrica, analice las siguientes proposiciones:

I. $a = \sqrt{1 - b^2}$

II. $a \in [-1, 1]$

De ellas con certeza son verdaderas:

A. Solamente II

B. Solamente I

C. Ninguna

D. Ambas

2. Si $P(a, b)$ es un punto de la circunferencia trigonométrica, analice las siguientes proposiciones:

I. Si $a = 1$ entonces $b = 0$

II. Si $a = 0$ entonces $b = 1$

De ellas con certeza son verdaderas:

A. Solamente II

B. Solamente I

C. Ninguna

D. Ambas

3. Si al número real t se le asocia el punto $P(a, b)$ de la circunferencia trigonométrica entonces al número real $t + \pi$ se le asocia el punto de coordenadas

A. (a, b)

B. $(-a, b)$

C. $(a, -b)$

D. $(-a, -b)$

4. Si $\sin \alpha < 0$ y $\sec \alpha < 0$ entonces el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real α se localiza en el cuadrante
- A. I
 - B. II
 - C. III
 - D. IV
5. Si al número real t se le asocia el punto $P(a, b)$ de la circunferencia trigonométrica entonces el valor de $\csc t$ es
- A. $\frac{1}{a}$
 - B. $\frac{1}{b}$
 - C. $\frac{b}{a}$
 - D. $\frac{a}{b}$
6. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{67\pi}{6}$ se localiza en el cuadrante
- A. I
 - B. II
 - C. III
 - D. IV
7. La expresión $\sin(4\pi) + \tan \frac{11\pi}{6}$ es igual a
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - C. $\sqrt{3}$
 - D. $1 - \sqrt{3}$

8. El valor numérico de la expresión $\operatorname{sen}^2\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{cos}^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ es

A. $\frac{3}{2}$

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. 0

9. El valor numérico de $\tan\frac{4\pi}{3} + \operatorname{sen}\frac{5\pi}{3}$ es:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}$

10. Si $\operatorname{cos} a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\tan a = -1$ entonces al número real a se le asocia el mismo punto de la circunferencia trigonométrica que al número

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{5\pi}{4}$

D. $\frac{7\pi}{4}$

11. La ecuación de una asíntota de la gráfica de la función tangente, definida en su dominio máximo, corresponde a
- A. $x = \frac{\pi}{4}$
 - B. $x = \frac{\pi}{3}$
 - C. $x = \frac{\pi}{2}$
 - D. $x = \pi$
12. El ámbito de la función cosecante, definida en su dominio máximo, corresponde a
- A. $[-1,1]$
 - B. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
 - C. $] -\infty, -1] \cup [1, +\infty[$
 - D. $\mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
13. El período de la función definida en su dominio máximo cuyo criterio es $f(x) = -5\cos\left(\frac{x-\pi}{4}\right)$ corresponde a
- A. $\frac{\pi}{4}$
 - B. $\frac{\pi}{2}$
 - C. 2π
 - D. 8π
14. El corrimiento de fase de la función cuyo criterio es $f(x) = \text{sen}(2x + \pi)$ corresponde a
- A. $\frac{\pi}{2}$ hacia la izquierda
 - B. $\frac{\pi}{2}$ hacia la derecha
 - C. π hacia la derecha
 - D. π hacia la izquierda

15. La expresión $\sec x - \operatorname{sen} x \tan x$ es igual a

- A. $\cos x$
- B. $\frac{\cos^2 x \tan x}{\operatorname{sen} x}$
- C. $\operatorname{sen} x$
- D. $\operatorname{sen} x(1 - \tan x)$

16. Considere las siguientes afirmaciones

- I. $\operatorname{sen}(2\pi - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha$
- II. $\tan \alpha = \tan(-\alpha)$
- III. $\cos(2\pi + \alpha) = \cos(-\alpha)$

De las anteriores proposiciones es verdadera

- A. la II y la III
- B. la I y la III
- C. la I y la II
- D. solo la III

17. Al simplificar $\frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$ se obtiene:

- A. $\tan(2\alpha)$
- B. $2 \cot(2\alpha)$
- C. $\cot(2\alpha)$
- D. $2 \tan(2\alpha)$

18. La expresión $\operatorname{arcsen}\left(\cos\frac{-\pi}{6}\right)$ es igual a

- A. $\frac{\pi}{3}$
- B. $\frac{5\pi}{6}$
- C. $\frac{5\pi}{3}$
- D. $\frac{-\pi}{6}$

19. El valor de $\cos[2 \arctan(1)]$ corresponde a

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. $\frac{\pi}{2}$

20. En el intervalo $] -3,3[$, el número de soluciones de la ecuación $\cos^2(x) - \cos(x) - 2 = 0$ es

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

21. En el intervalo $[0, 2\pi[$ el conjunto solución de la ecuación $\sin x \tan x = \sin x$ corresponde a

- A. $\left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- B. $\left\{ 0, \pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- C. $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$
- D. $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$

22. Una solución de la ecuación $\cos x + \sin x = 0$ corresponde a

- A. $\frac{\pi}{2}$
- B. $\frac{\pi}{4}$
- C. $-\frac{\pi}{4}$
- D. $-\frac{\pi}{2}$

23. Considere las siguientes ecuaciones:

- I. $2015 \cos x = 1$
- II. $\tan x = 2015$
- III. $2015 - \sin x = 0$

¿Cuáles de ellas tienen soluciones reales?

- A. I y II solamente
- B. I y III solamente
- C. II y III solamente
- D. Todas

SEGUNDA PARTE. RESPUESTA CORTA. (Valor 7 puntos)

En cada uno de los siguientes ejercicios escriba en el espacio lo que se le solicita.

1. Si al número real t se le asocia el punto $P\left(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13}\right)$ de la circunferencia trigonométrica. Indique el valor de:

A. $\tan(t) =$ _____

B. $\cos(-t) =$ _____

2. Sobre la función $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin x$ indique:

A. Un intervalo donde la función es creciente: _____

B. Cantidad de intersecciones con el eje X: _____

3. Considere la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = 3 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$. Indique:

A. Amplitud: _____

B. Ámbito: _____

C. Intersección con el eje Y: _____