



PRECÁLCULO

-Décimo Año-

SOLUCIONARIO IV EXAMEN PARCIAL 2015

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 23 puntos)

1	A	9	A	17	C
2	B	10	D	18	A
3	D	11	C	19	B
4	C	12	C	20	A
5	B	13	D	21	B
6	C	14	A	22	C
7	B	15	A	23	A
8	A	16	D		

SEGUNDA PARTE. RESPUESTA CORTA. (Valor 7 puntos)

En cada uno de los siguientes ejercicios escriba en el espacio lo que se le solicita.

1. Si al número real t se le asocia el punto $P\left(\frac{12}{13}, -\frac{5}{13}\right)$ de la circunferencia trigonométrica. Indique el valor de:

a. $\tan(t) = \frac{-\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = -\frac{5}{12}$ _____

b. $\cos(-t) = \frac{12}{13}$ _____

2. Sobre la función $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sin x$ indique:

a. Un intervalo donde la función es creciente: _____ $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ _____

b. Cantidad de intersecciones con el eje X: _____ 3 _____

3. Considere la función $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = 3 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$. Indique:

a. Amplitud: _____ 1 _____

b. Ámbito: _____ [2,4] _____

c. Intersección con el eje Y: _____ (0,3) _____

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 15 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica en \mathbb{R} : 6 puntos.

$$\frac{\cos^2 x - \cos x - \operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x} = 0$$

Solución

Se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \cos x - \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ \cos^2 x - \cos x - (1 - \cos^2 x) &= 0 \\ 2\cos^2 x - \cos x - 1 &= 0 \\ (2\cos x + 1)(\cos x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} x &\neq 0 \\ x &\neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos x &= -\frac{1}{2} & \cos x &= 1 \\ x &= \pm \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} & \text{Se descarta pues si} \\ & & \cos x &= 1 \text{ entonces} \\ & & \operatorname{sen} x &= 0. \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \pm \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2. Calcule el valor de $\text{sen}(\alpha + \beta)$ si se sabe que $\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ y $\beta = \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{\sqrt{3}}{3}$. 4 puntos.

Solución

$$\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arctan\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = \text{sen}(\pi) = 0$$

3. Verifique la siguiente identidad trigonométrica: 5 puntos.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \text{sen}(-x)$$

Solución

$$\begin{aligned} & \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ = & \cos x \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \text{sen} x \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) - \left[\text{sen} x \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(x)\right] \\ = & \cos x \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{sen} x \frac{1}{2} - \text{sen} x \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(x) \\ & = -\text{sen} x \\ & = \text{sen}(-x) \end{aligned}$$