Universidad de Costa Rica

Instituto Tecnológico de Costa Rica

SOLUCIONARIO

PRIMER EXAMEN PARCIAL 2016

PRECÁLCULO – UNDÉCIMO AÑO

I PARTE. Selección única

1	A	7	D	13	A	19	A	25	D
2	C	8	C	14	C	20	C	26	D
3	B	9	B	15	A	21	C	27	D
4	C	10	D	16	A	22	D	28	B
5	C	11	D	17	D	23	C	29	C
6	C	12	C	18	C	24	D	30	D

II PARTE. RESPUESTA BREVE. 15 PUNTOS.

1. Indique la solución de cada una de las siguientes ecuaciones:

#	Ecuación	Solución
1.	$y^2 - 10y + 25 = 0$	$y = 5$
2.	$(x^2 + 4)(x^3 + 8) = 0$	$x = -2$
3.	$\frac{2 - z}{2z - 3} = -2$	$z = \frac{4}{3}$
4.	$\sqrt{2u - 1} = 3$	$u = 5$
5.	$\lvert 3 - 2w \rvert = 0$	$w = \frac{3}{2}$

2. Considere los puntos de coordenadas $(k, k+7)$ y $(3,5)$. Determine el valor de k para que pertenezcan a una recta horizontal. $\underline{k = \quad -2 \qquad}$

3. Considere los puntos de coordenadas $(k, k+7)$ y $(3,5)$. Determine el valor de k para que la recta que los contiene sea perpendicular a $y = x$.

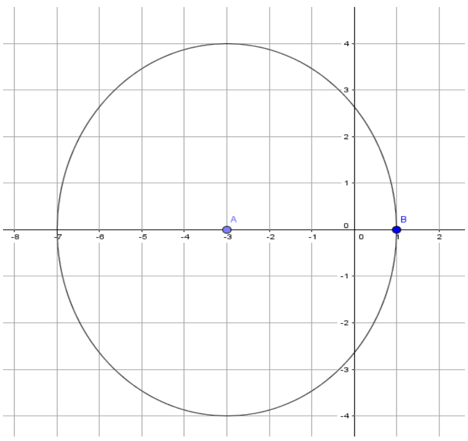
$\underline{k = \ 0{,}5 \qquad}$

4. Sobre la parábola de ecuación $y = 3x^2 - 5x + 3$ indique:

   a. Cantidad de intersecciones con el eje X: ______0_______

   b. Ordenada (*y*) del vértice: ________$\frac{11}{12}$________

5. Indique una ecuación para la circunferencia de la figura: ____________



Ecuación: __$\underline{(x+3)^2 + y^2 = 16}$_

TERCERA PARTE. DESARROLLO **(Valor 12 puntos)**

1. (5 puntos) Determine el conjunto solución de $\sqrt{-15-2x+2x^2}=x$

$$-15-2x+2x^2=x^2$$
$$-15-2x+x^2=0$$
$$(x-5)(x+3)=0$$
$$x=5 \quad x=-3$$

Al probar estos números se verifica que 5 es la única solución, por lo tanto $S=\{5\}$

2. (5 puntos) Considere los puntos de coordenadas $A(2,4), B(-2,2)$ y $C(0,6)$. Si M y N son, respectivamente, los puntos medios de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ del ΔABC, verifique que $\overline{MN}$ mide la mitad de lo que mide $\overline{AC}$ y que $\overline{MN}$ es paralelo a $\overline{AC}$.

Extremos del segmento	Distancia	Pendiente
$A(2,4)$ $C(0,6)$	$\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$	$\frac{2}{-2}=-1$
$M(0,3)$ $N(-1,4)$	$\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$	$\frac{-1}{1}=-1$

De la tabla anterior se puede observar que los segmentos tienen la misma pendiente, por lo que son paralelos. Además, se observa que la longitud AC es el doble de MN.

3. (5 puntos) Escoja UNO de los siguientes problemas y resuélvalo usando ecuaciones. <u>Si resuelve los dos, se le calificará únicamente el primero que resuelva.</u>

a. Una profesora vive a 24 Km del colegio. Si conduce su automóvil a 12 $\frac{km}{h}$ más de lo usual tardará 6 minutos menos en trasladarse de la casa al trabajo. ¿A qué velocidad maneja usualmente? (Suponga que se hace todo el recorrido a velocidad constante)

	Usual	
Distancia (en kilómetros)	24	24
Velocidad (en $\frac{km}{h}$)	v	$v+12$
Tiempo (en horas)	t	$t-\frac{1}{10}$

Como $t = \frac{24}{v}$ y $t - \frac{1}{10} = \frac{24}{v+12}$ entonces se cumple que

$$\frac{24}{v} - \frac{1}{10} = \frac{24}{v+12}$$

$$\frac{24}{v} - \frac{24}{v+12} = \frac{1}{10}$$

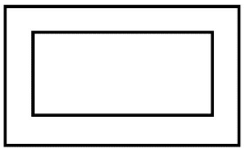
$$\frac{24(v+12) - 24v}{v(v+12)} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{24v + 288 - 24v}{v^2 + 12v} = \frac{1}{10}$$

$$v^2 + 12v = 2880$$
$$v^2 + 12v - 2880 = 0$$
$$(v+60)(v-48) = 0$$
$$v = 48$$

Por lo tanto, la velocidad a la que viaja usualmente es $48\ \frac{km}{h}$.

b. Un joven desea cortar el césped de un terreno rectangular de 30 m por 40 m en dos periodos: primero planea cortar una franja alrededor de ancho uniforme y luego el resto. Determine el ancho de la franja para que en cada etapa corte terrenos de igual área.



El área del terreno es $30 \times 40 = 1200\ m^2$, por lo que deberá cortar $600\ m^2$ en cada periodo.

Sea *x* el ancho de la franja (debe ser menor que 15m). Las dimensiones (en metros) del rectángulo que queda para la segunda etapa son $30 - 2x$ y $40 - 2x$. Por lo tanto, se debe cumplir que

$$(30 - 2x)(40 - 2x) = 600$$

$$2(15 - x)2(20 - x) = 600$$

$$(15 - x)(20 - x) = 150$$

$$300 - 15x - 20x + x^2 = 150$$

$$150 - 35x + x^2 = 0$$

$$(x - 5)(x - 30) = 0$$

$$x = 5$$

Por lo tanto el ancho de la franja es de 5 metros.