



UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA



**EMat** Escuela de  
Matemática

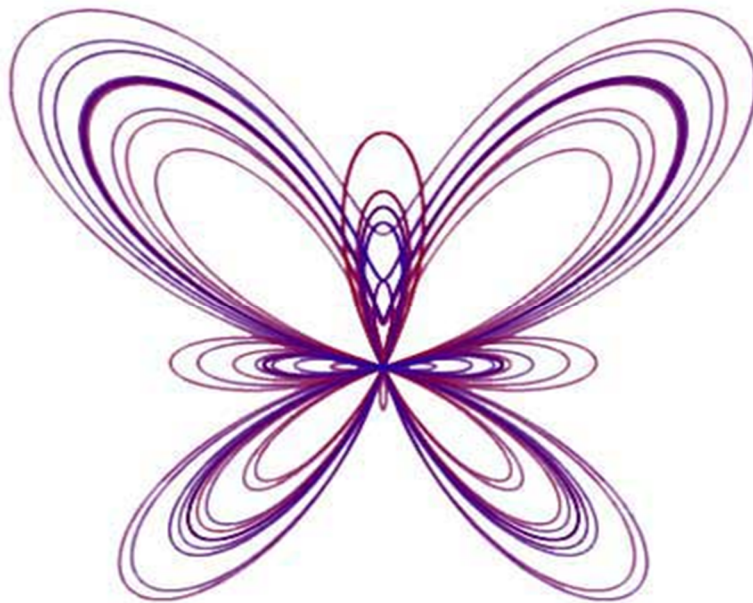
PRECÁLCULO

-Décimo Año-

IV EXAMEN PARCIAL 2017

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_



**Fórmula**

**1**

Sábado 11 de noviembre de 2017

## INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de tres partes. La primera de ellas es de selección única (23 puntos), la segunda es de respuesta breve (8 puntos) y la tercera de desarrollo (16 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

**PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 23 puntos)**

1. Si  $P(a, -a)$  es un punto de la circunferencia trigonométrica, asociado a un número real  $t$ , analice las siguientes proposiciones:

- I.  $\operatorname{sen}(t) + \cos(t) = 0$
- II.  $\operatorname{sen}^2(t) + \cos^2(t) = 0$

De ellas con certeza son verdaderas:

- a) Solamente II
- b) Solamente I
- c) Ninguna
- d) Ambas

2. Sea  $t$  un número real asociado al punto  $P(a, b)$  de la circunferencia trigonométrica, analice las siguientes proposiciones:

- I.  $\sec(\pi + t) = \frac{-1}{a}$
- II.  $\operatorname{sen}^2(t) - \cos^2(t) = 1$

De ellas, con certeza, son verdaderas:

- a) Solamente II
- b) Solamente I
- c) Ninguna
- d) Ambas

3. Si a un número real  $t$  se le asocia el punto  $P(a, b)$  de la circunferencia trigonométrica, entonces al número real  $t - \frac{\pi}{2}$  se le asocia el punto de coordenadas

- a)  $(a, b)$
- b)  $(b, -a)$
- c)  $(a, -b)$
- d)  $(-a, -b)$

4. Si  $\text{sen}(-\alpha) < 0$  y  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$ , entonces el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\alpha$  se localiza en el cuadrante
- a) I
  - b) II
  - c) III
  - d) IV
5. Si al número real  $t$  se le asocia el punto  $P(a, b)$  de la circunferencia trigonométrica, entonces el valor de  $-\text{sec}(t)$  es igual a
- a)  $\frac{-1}{a}$
  - b)  $\frac{-1}{b}$
  - c)  $\frac{b}{a}$
  - d)  $\frac{a}{b}$
6. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real  $\frac{-23\pi}{6}$  se localiza en el cuadrante
- a) I
  - b) II
  - c) III
  - d) IV
7. La expresión  $\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}\left(\frac{5\pi}{3}\right)$  es igual a
- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
  - b)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$
  - c)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
  - d)  $\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}$

8. La expresión  $\operatorname{sen}^2\left(\frac{-\pi}{2}\right) + \operatorname{cos}^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  es igual a

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{1}{2}$

c)  $\frac{-3}{2}$

d)  $\frac{-1}{2}$

9. La expresión  $\operatorname{sen}\left(\frac{19\pi}{12}\right)$  es igual a

(Sugerencia:  $\frac{19\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{4}$ )

a)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

b)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

c)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

d)  $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

10. Si  $\operatorname{cos}(a) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  y  $a \in \left] \frac{-\pi}{2}, \pi \right[$ , entonces al número real  $a$  se le asocia el mismo punto de la circunferencia trigonométrica que al número

a)  $\frac{-\pi}{4}$

b)  $\frac{-3\pi}{4}$

c)  $\frac{3\pi}{4}$

d)  $\frac{5\pi}{4}$

11. El número de intersecciones con el eje  $X$  de la gráfica de la función

$f: [-2\pi, \pi[ \rightarrow [-1, 1], f(x) = \cos(x)$ , corresponde a

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

12. El dominio máximo de la función  $g$ , tal que  $g(x) = \arctan(x)$ , corresponde a

- a)  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- b)  $[-1, 1]$
- c)  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
- d)  $\mathbb{R}$

13. El período de la función definida en su dominio máximo, cuyo criterio es

$f(x) = -4\cos\left(\frac{x-\pi}{2}\right)$ , corresponde a

- a)  $\frac{\pi}{4}$
- b)  $\frac{\pi}{2}$
- c)  $\pi$
- d)  $4\pi$

14. El corrimiento de fase de la función cuyo criterio es  $f(x) = -5\cos\left(\frac{x-\pi}{4}\right)$ ,  
corresponde a

- a)  $\frac{\pi}{8}$  hacia la derecha
- b)  $8\pi$  hacia la derecha
- c)  $\pi$  hacia la izquierda
- d)  $\pi$  hacia la derecha

15. La expresión  $\tan(x) - \cot(x)$  es equivalente a

a)  $\frac{\cos(2x)}{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}$

b)  $\frac{1-2\operatorname{sen}^2(x)}{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}$

c)  $\frac{1-2\cos^2(x)}{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}$

d)  $\frac{1}{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}$

16. Considere las siguientes afirmaciones:

I.  $2\operatorname{sen}(2t)\cos(2t) = \operatorname{sen}(10t)$

II.  $2\cos^2\left(\frac{y}{2}\right) - 1 = \cos(y)$

III.  $\tan(x + \pi) = \tan x$

De las anteriores proposiciones, es verdadera

a) la I y la II

b) la I y la III

c) la II y la III

d) todas

17. La expresión  $\frac{\cos(x)\tan^2(x)}{\sec(x)+1}$  es equivalente a

a)  $-\cos(x) + 1$

b)  $\cos(x) + 1$

c)  $\operatorname{sen}^2(x)$

d)  $\cos^2(x)$

18. La expresión  $\operatorname{arcsen}\left(\operatorname{sen}\frac{-\pi}{6}\right)$  es igual a

a)  $\frac{\pi}{6}$

b)  $\frac{7\pi}{6}$

c)  $\frac{5\pi}{6}$

d)  $\frac{-\pi}{6}$

19. El valor de  $\arccos\left(\frac{-1}{2}\right)$  corresponde a

- a)  $-\frac{\pi}{3}$
- b)  $-\frac{2\pi}{3}$
- c)  $\frac{2\pi}{3}$
- d)  $\frac{4\pi}{3}$

20. En  $]-\pi, \pi[$ , el número de soluciones negativas de la ecuación  $3\text{sen}^2(x) - 4 = 0$  es igual a

- a) 3
- b) 2
- c) 1
- d) 0

21. En  $[0, 2\pi]$ , el conjunto solución de la ecuación  $\csc(x) \tan(x) = \csc(x)$  corresponde a

- a)  $\left\{0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$
- b)  $\{0, \pi, 2\pi\}$
- c)  $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$
- d)  $\emptyset$

22. Una solución de la ecuación  $\cos x + \cos(-x) = 0$  corresponde a

- a) 0
- b)  $-\pi$
- c)  $-2\pi$
- d)  $-\frac{\pi}{2}$

23. En  $\mathbb{R}$ , el conjunto solución de  $\cos^2(x) + 2 = 3 \cos(x)$  corresponde a

- a)  $\emptyset$
- b)  $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$
- c)  $\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- d)  $\{x \in \mathbb{R} / x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$





UNIVERSIDAD DE  
COSTA RICA



**EMat** Escuela de  
Matemática

**CUARTO EXAMEN PARCIAL 2017- Sábado 11 de noviembre**

Nombre completo: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

COLEGIO: \_\_\_\_\_

PREGUNTA	VALOR	PUNTOS OBTENIDOS
RB	8 puntos	
D1	9 puntos	
D2	7 puntos	

**SEGUNDA PARTE. Respuesta Breve. (Valor 8 puntos)**

En cada uno de los siguientes ejercicios, escriba en el espacio indicado lo que se le solicita.

1. Si al número real  $t$  se le asocia el punto  $P(a, -a)$  de la circunferencia trigonométrica, con  $a > 0$ . Determine el valor de:

a.  $a$  \_\_\_\_\_

b.  $\text{sen}(-t) =$  \_\_\_\_\_

2. Sobre la función  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \arccos(x)$ , determine:

a. El ámbito de  $f$ : \_\_\_\_\_

b. El punto de intersección con el eje X: \_\_\_\_\_

3. Considere la función  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $g(x) = -2\text{sen}(2x - \frac{\pi}{2})$ . Determine:

a. La amplitud de  $g$ : \_\_\_\_\_

b. El ámbito de  $g$ : \_\_\_\_\_

c. El punto de intersección con el eje Y: \_\_\_\_\_

d. El período de  $g$ : \_\_\_\_\_

**TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 16 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (9 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación trigonométrica en  $\mathbb{R}$ :

$$\text{sen}(2x) + 2\text{sen}(x)\cos(2x) = 0$$

2. (7 puntos) Verifique la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\cos(x) \cot(x) - \operatorname{sen}(x) \tan(x)}{\operatorname{csc}(x) - \operatorname{sec}(x)} = 1 + \operatorname{sen}(x) \cos(x)$$