

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

SOLUCIONARIO IV EXAMEN PARCIAL 2017PRIMERA PARTE. Selección Única. (Valor 23 puntos)

1	b	7	a	13	d	19	c
2	b	8	a	14	d	20	d
3	b	9	d	15	c	21	c
4	a	10	c	16	c	22	d
5	a	11	c	17	a	23	d
6	a	12	d	18	d		

SEGUNDA PARTE. Respuesta Breve. (Valor 8 puntos)

1	a	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
	b	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
2	a	$[0, \pi]$
	b	$(1,0)$
3	a	2
	b	$[-2,2]$
	c	$(0,2)$
	d	π

TERCERA PARTE. DESARROLLO (Valor 16 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. (9 puntos) Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación trigonométrica en \mathbb{R} :

$$\operatorname{sen}(2x) + 2\operatorname{sen}(x)\cos(2x) = 0$$

Solución:

$$\operatorname{sen}(2x) + 2\operatorname{sen}(x)\cos(2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\operatorname{sen}(x)\cos(x) + 2\operatorname{sen}(x)\cos(2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\operatorname{sen}(x)[\cos(x) + \cos(2x)] = 0$$

$$2\operatorname{sen}(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(x) + \cos(2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x + \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x + \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \quad \text{o} \quad \cos x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{ó} \quad x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \quad \text{ó} \quad x = \pi + 2k\pi,$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$S = \left\{ k\pi, \quad \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, \quad \text{con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

2. (7 puntos) Verifique la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\cos(x) \cot(x) - \operatorname{sen}(x) \tan(x)}{\csc(x) - \sec(x)} = 1 + \operatorname{sen}(x) \cos(x)$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\cos x \cot x - \operatorname{sen} x \tan x}{\csc x - \sec x} &= \frac{\cos x \cdot \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} - \operatorname{sen} x \cdot \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}}{\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{\cos x}} \\ &= \frac{\frac{\cos^2 x}{\operatorname{sen} x} - \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x}}{\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{\cos^3 x - \operatorname{sen}^3 x}{\operatorname{sen} x \cos x}}{\frac{\cos x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x \cos x}} \\ &= \frac{\cos^3 x - \operatorname{sen}^3 x}{\cos x - \operatorname{sen} x} = \frac{(\cos x - \operatorname{sen} x)(\cos^2 x + \operatorname{sen} x \cos x + \operatorname{sen}^2 x)}{\cos x - \operatorname{sen} x} \\ &= 1 + \cos x \cdot \operatorname{sen} x \end{aligned}$$