



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Cálculo I

II Examen Parcial 2018

Fórmula: 1

Sábado 23 de junio

Instrucciones generales

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de **3 horas**.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes, la primera de ellas es de respuesta breve (6 puntos) y la segunda de desarrollo (67 puntos), para un total de **73 puntos**.
4. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble. Si la respuesta se escribe con lápiz, pierde el derecho a reclamos en la parte correspondiente.
5. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
6. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas. No se permite el uso de calculadoras científicas de ningún tipo.
7. La prueba debe resolverse individualmente.

I Parte: Respuesta breve

Para los ítems del 1 al 6, utilice como referencia la gráfica mostrada en la figura 1, correspondiente a la función f . Escriba en su cuaderno de examen el número de ítem junto con la respectiva respuesta que completa correctamente cada oración. (6 puntos, 1 punto cada respuesta correcta)

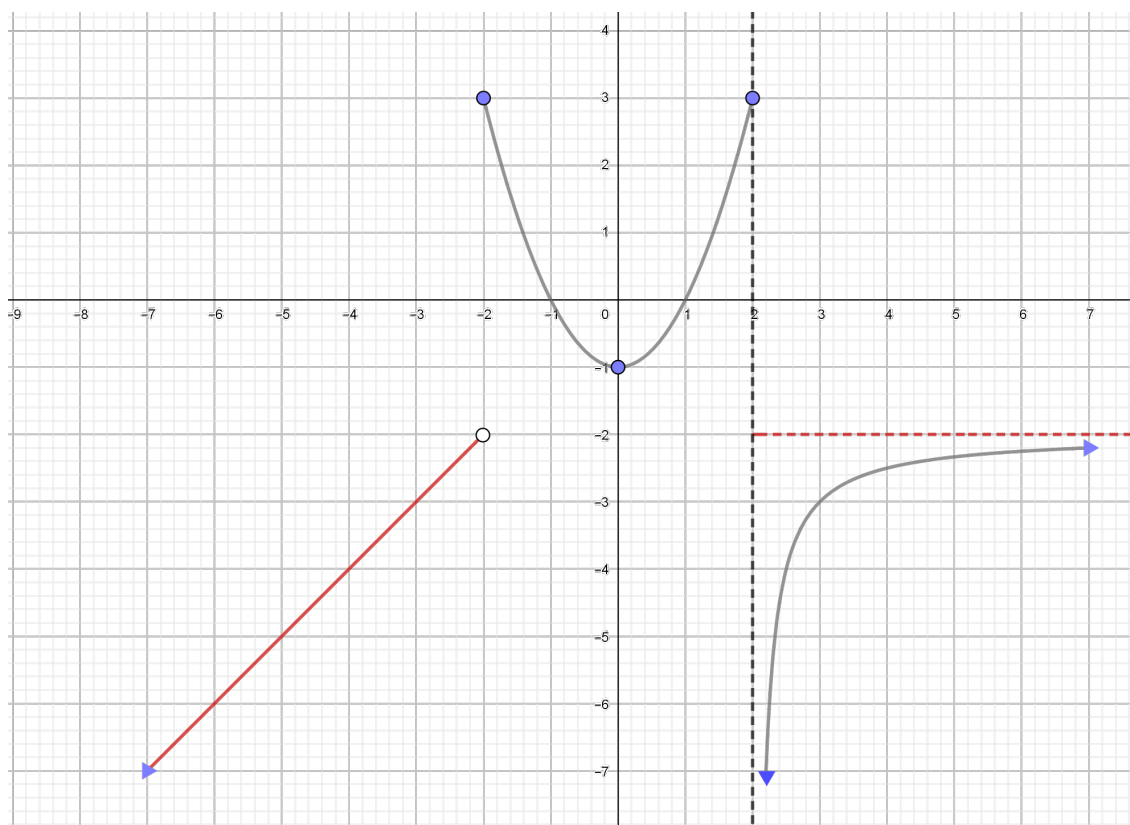


Figura 1: Gráfica de f

1. La ecuación de la asíntota horizontal corresponde a _____
2. Un intervalo donde $f'(x) < 0$ corresponde a _____
3. Un intervalo donde $f'(x) > 0$ corresponde a _____
4. El conjunto solución de $f''(x) < 0$ corresponde a _____
5. El valor numérico donde f alcanza un mínimo relativo corresponde a _____
6. Un intervalo $[a, b]$ en el que se cumple el Teorema de Rolle _____

II Parte: Desarrollo

Debe escribir en su cuaderno de examen todos los procedimientos que justifiquen cada una de sus respuestas. **(67 puntos)**

1. Considere la ecuación

$$f''(x) + 4f'(x) + 4f(x) = 0$$

Compruebe que la función $f(x) = (3x - 5)e^{-2x}$ satisface la ecuación. **(7 puntos)**

2. Determine la ecuación de la recta perpendicular a la curva $x^3 + y^3 - 6xy = 10$ en el punto $(3, 1)$. **(6 puntos)**
3. Sea f una función polinomial definida en su máximo dominio, tal que

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + kx^2 - 2$$

Determine el valor de k para que la función f tenga un punto de inflexión en $x = -1$.

(4 puntos)

4. Determine y' . No es necesario simplificar.

(6 puntos)

$$f(x) = \frac{\arcsen(2x + 1)}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

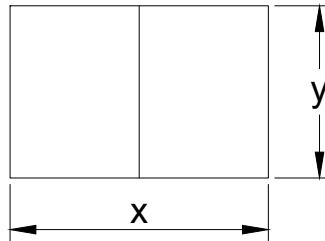
5. Calcule los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x - 1} \right]$ **(5 puntos)**

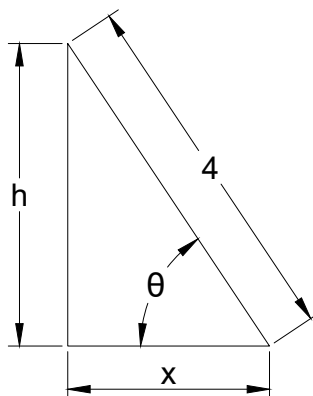
(b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(x)^{\cos(x)}$ **(5 puntos)**

6. Resuelva los siguientes problemas:

- (a) Un granjero tiene 100 metros de alambre para cerca, con el cual planea construir dos corrales rectangulares adyacentes, ¿cuáles son las dimensiones que encierran el área máxima? **(7 puntos)**



- (b) Una escalera de 4 metros se apoya contra un muro y su base se comienza a resbalar. Cuando la base está a 3,7 metros del muro, la base se aleja a razón de 1,5 m/s.



Determine la razón de cambio de: (7 puntos)

- a. la distancia entre el suelo y la parte superior de la escalera sobre el muro en ese instante.
- b. del área del triángulo formado por la escalera, el muro y el suelo en ese instante.
- c. del ángulo θ entre la escalera y el suelo en ese instante.

7. Trace la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$, definida en su dominio máximo, si se sabe que:

$$f'(x) = \frac{-6x}{(x^2 - 4)^2} \quad f''(x) = \frac{18x^2 + 24}{(x^2 - 4)^3}$$

- (a) Determine el dominio máximo de la función f y los puntos de intersección con los ejes coordenados. (3 puntos)
- (b) Determine, si existe(n), la(s) asíntota(s) de la gráfica de la función f y escriba su(s) ecuación(es). (5 puntos)
- (c) Determine los intervalos de monotonía y los puntos extremos (donde crece, donde decrece, puntos máximos y mínimos relativos) de la función f . (3 puntos)
- (d) Analice la concavidad de la función f y escriba los intervalos correspondientes. Si hay puntos de inflexión, indíquelos. (3 puntos)
- (e) Construya el cuadro de variación de la función f . (3 puntos)
- (f) Con la información obtenida anteriormente, construya la gráfica de la función f en su máximo dominio. (3 puntos)