



Universidad de Costa Rica – Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Escuelas de Matemática  
Proyecto MATEM 2012

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>  
tel. (506) 2511-4528

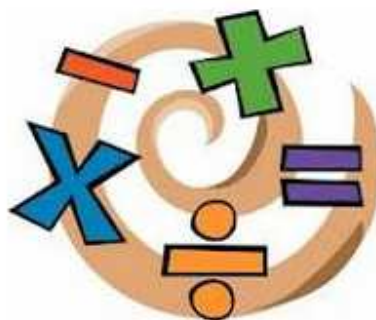


## MA-0125 MATEMÁTICA ELEMENTAL -Décimo Año-

### I EXAMEN PARCIAL 2012

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_



**Fórmula**

**1**

Sábado 14 de abril del 2012

## **INSTRUCCIONES**

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección y está constituida por 32 ítems y la segunda es de desarrollo y la conforman 3 ítems.
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.
5. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**
7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará.**
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que permite realizar únicamente las operaciones básicas.
10. **Trabaje con calma y le deseamos el mayor de los éxitos.**

**PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 32 puntos)**

Puede usar el espacio al lado de cada ítem para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.

1. Al factorizar completamente  $x^2y + xy^2 + 2xy - 3x - 3y - 6$  uno de los factores corresponde a

- (A)  $xy - 2$
- (B)  $x + y - 3$
- (C)  $x - 3$
- (D)  $x + y + 2$

2. Sea  $P(x)$  un polinomio cuyos ceros son 1, 2, y 3. Con certeza uno de los factores de  $P(x) + 4 - x^2$  es

- (A)  $x + 4$
- (B)  $x + 2$
- (C)  $x - 2$
- (D)  $x + 3$

3. Sea  $n \in \mathbb{N}^*$ . Uno de los factores de  $2y - x^n y^n + 2x^n y^{n+1} - 1$  es

- (A)  $x^n y^n + 1$
- (B)  $2y + 1$
- (C)  $x^n + 2y - 1$
- (D)  $x^n y - 1$

4. La expresión  $\frac{2x^2 - 7x - 4 + (1 + 2x)}{4x^2 + 2x - (1 + 2x)}$  es equivalente a
- (A)  $\frac{x-4}{2x}$
- (B)  $\frac{2x^2 - 7x - 3}{4x^2 + 2x - 1}$
- (C)  $\frac{-7x - 3}{3x - 1}$
- (D)  $\frac{x - 3}{2x - 1}$
5. La expresión  $-\frac{10x + 21}{x^2 - 10x + 21} + \frac{2x - 7}{x - 7}$  es equivalente a
- (A)  $-\frac{-3x + 2x^2 + 42}{(x - 3)(x - 7)}$
- (B)  $\frac{2x^2 - 23x}{(x - 3)(x - 7)}$
- (C)  $\frac{-3x - 7x^2 + 2x^3 + 14}{(x - 1)(x - 7)(x + 1)}$
- (D)  $\frac{x + 2x^2 - 2}{(x - 1)(x + 1)}$

6. Sea  $P(x)$  un polinomio. La expresión  $\frac{P(x)}{x^2 - 25} \div \frac{(x^2 - 12x + 35)P(x)}{x^2 + 10x + 25}$  es equivalente a

(A)  $\frac{x+5}{(x-5)^2(x-7)}$

(B)  $\frac{x-7}{(x+5)^3}$

(C)  $\frac{(x+5)(P(x))^2}{(x-5)^2(x-7)}$

(D)  $\frac{-10x-25}{(12x-35)(x-5)(x+5)}$

7. El conjunto solución de la ecuación  $x(x-1) = x(x-1)$  corresponde a

(A)  $\mathbb{R}$

(B)  $\{0,1\}$

(C)  $\mathbb{R} - \{0,1\}$

(D)  $\emptyset$

8. El conjunto solución de la ecuación  $\frac{(x-1)^2(x-2)^3}{(x-1)(x-2)} = 0$  es

(A)  $\mathbb{R}$

(B)  $\{1,2\}$

(C)  $\mathbb{R} - \{1,2\}$

(D)  $\emptyset$

9. Una solución de la ecuación  $x(x+7)=9$  corresponde a

- (A)  $-7$
- (B)  $0$
- (C)  $\frac{1}{2}\sqrt{85}-\frac{7}{2}$
- (D)  $-\frac{1}{2}\sqrt{85}+\frac{7}{2}$

10. Una solución de la ecuación  $\frac{x(x-16)+8x-9}{x^2-16x+63}=0$  corresponde a

- (A)  $9$
- (B)  $-1$
- (C)  $7$
- (D)  $16$

11. Considere las siguientes afirmaciones

- I. Una solución de la ecuación  $x^2+2x=x(x+2)$  es 5
- II. La ecuación  $(x-2)^6+1=0$  no tiene soluciones

¿Cuáles afirmaciones son verdaderas?

- (A) Sólo la I
- (B) Sólo la II
- (C) I y II
- (D) Ninguna

12. Sea  $P(x)$  un polinomio tal que para todo  $x \in \mathbb{R}$  se tiene que  $P(x) < -5$ . El conjunto solución de la ecuación  $(x^2 - 4)P(x) = 0$  corresponde a

- (A)  $\mathbb{R}$
- (B)  $\{2, -2\}$
- (C)  $\mathbb{R} - \{2, -2\}$
- (D)  $\emptyset$

13. El conjunto solución de la ecuación  $x^5 - 7x^4 + x^3 - 7x^2 = 0$  tiene

- (A) 5 elementos
- (B) 4 elementos
- (C) 3 elementos
- (D) 2 elementos

14. El siguiente número real **NO** es solución de la ecuación  $\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 25)}{x^2 - 14x + 33} = 0$

- (A) 3
- (B) 5
- (C) -3
- (D) -5

15. El número de soluciones de la ecuación  $\sqrt{-x+5} = x-3$  es

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

16. Sea  $P(x) = 3x^3 + 2ax^2 - 13x + 3a$ . Si  $\frac{2}{3}$  es un cero de  $P(x)$ , entonces una solución de la ecuación  $P(x) = 0$  es

- (A)  $-3$
- (B)  $-1$
- (C)  $-\frac{2}{3}$
- (D)  $2$

17. Una solución de la ecuación  $\sqrt{x^2 + \sqrt{2x+3}} = 1+x$  es un número real

- (A) menor que 0
- (B) entre 0 y 1
- (C) entre 1 y 3
- (D) mayor a 3

18. El conjunto solución de la ecuación  $|x^2 - 13x| = -40$  tiene

- (A) 4 elementos
- (B) 2 elementos
- (C) 1 elemento
- (D) 0 elementos

19. Sea  $P(x)$  un polinomio de grado  $n$ . El conjunto solución de la ecuación  $|P(x)| + 6 = 0$  tiene

- (A)  $n$  elementos
- (B)  $2n$  elementos
- (C) 0 elementos
- (D)  $n - 1$  elementos



20. El conjunto solución de la ecuación  $|5-13x|=4$  tiene

- (A) 4 elementos
- (B) 2 elementos
- (C) 1 elemento
- (D) 0 elementos

21. El conjunto solución de la inecuación  $|x-2|\geq -5$  es

- (A)  $\mathbb{R}$
- (B)  $[-2, +\infty[$
- (C)  $[-2, 2]$
- (D)  $\emptyset$

22. El conjunto solución de la inecuación  $\frac{4}{(x-1)^2} \geq -9$  es

- (A)  $\emptyset$
- (B)  $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$
- (C)  $\mathbb{R} - \{1\}$
- (D)  $\mathbb{R}$

23. El conjunto solución de la inecuación  $x^2 + 11x \geq -24$  es

- (A)  $] -8, -3[$
- (B)  $] -\infty, -8] \cup [-3, +\infty[$
- (C)  $[-8, -3]$
- (D)  $] -\infty, -11] \cup [0, +\infty[$

24. En la ecuación  $ax^2 + ax + 11 = 0$  con incógnita  $x$  y la constante  $a < 0$ , se puede asegurar que tiene

- (A) dos soluciones idénticas
- (B) dos soluciones distintas
- (C) no tiene soluciones en  $\mathbb{R}$
- (D) tres soluciones distintas

25. En la ecuación  $x^2 + 2ax + a - \frac{1}{4} = 0$  con incógnita  $x$ , el conjunto de posibles valores de  $a$  para que la ecuación tenga como máximo una solución es

- (A)  $\left[ -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right]$
- (B)  $\emptyset$
- (C)  $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$
- (D)  $\mathbb{R}$

26. El conjunto solución de la inecuación  $\frac{4-x}{x^2-7x+12} \geq \frac{2}{x-3}$  es

- (A)  $] -\infty, 3[$
- (B)  $[3, 4]$
- (C)  $]3, 4[$
- (D)  $] -\infty, 3]$

27. El conjunto solución de la inecuación  $\frac{(2-x)^3(x^2+7)}{(x^2-9)^5} < 0$  es

- (A)  $]-\sqrt{7}, 2[ \cup ]\sqrt{7}, \infty[$
- (B)  $]-3, -\sqrt{7}[ \cup ]2, \sqrt{7}[ \cup ]3, \infty[$
- (C)  $]-3, 2[ \cup ]3, \infty[$
- (D)  $]2, \infty[$

28. El conjunto solución de la inecuación  $\frac{x-3}{x^2-5x+6} \geq 0$  es

- (A)  $]2, \infty[$
- (B)  $]3, \infty[$
- (C)  $]2, \infty[ - \{3\}$
- (D)  $[3, \infty[$

29. Sea  $S$  el conjunto solución de la inecuación  $\frac{(x-3)^2(x+1)}{(x^2+2x+3)(x-1)} \geq 0$ . Considere las siguientes afirmaciones.

- I.  $1 \in S$
- II. Si  $x > 1$  entonces  $x \in S$
- III.  $0 \in S$

¿Cuáles afirmaciones son verdaderas?

- (A) Sólo la II
- (B) Sólo la III
- (C) I y II
- (D) Ninguna

30. El conjunto solución de la inecuación  $|4-x|-2 \geq 3$  es

(A)  $]-\infty, -1[ \cup ]9, \infty[$

(B)  $]-1, 9[$

(C)  $[-1, 9]$

(D)  $]-\infty, -1] \cup [9, \infty[$

31. El conjunto solución de la inecuación  $\sqrt{(x-1)^2} < 5$  es

(A)  $\mathbb{R}$

(B)  $]-\infty, 6[$

(C)  $]-4, 6[$

(D)  $]-\infty, -4[ \cup ]6, \infty[$

32. El conjunto solución de la inecuación  $-|2-x|+5 > 2$  es

(A)  $\mathbb{R}$

(B)  $]-1, 5[$

(C)  $]-\infty, -1[ \cup ]5, \infty[$

(D)  $\emptyset$

*Fin de la I parte*



Universidad de Costa Rica – Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Escuelas de Matemática  
Proyecto MATEM 2012

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>  
tel. (506) 2511-4528



**PRIMER EXAMEN PARCIAL 2012 - Sábado 14 de abril**

Nombre completo: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

COLEGIO: \_\_\_\_\_

PREGUNTA	Puntos obtenidos
1	
2	
3	
<b>TOTAL</b>	

**SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 17 puntos)**

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los siguientes problemas, deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

1. Racionalice y simplifique la siguiente expresión algebraica (6 puntos)

$$\frac{xy^2 - y}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{xy} - 1)}$$

2. Se tiene un terreno rectangular de dimensiones  $30m$  por  $25m$ . el terreno se rodeó externamente por un camino de ancho uniforme. Si se sabe que el área del camino es de  $250m^2$ , determine aproximadamente el ancho del camino. (6 puntos)

3. Resuelva la inecuación  $\frac{(x+6)(x-a)}{(x-b)} \geq 0$  donde  $a > b > 0$ . (5 puntos)





Universidad de Costa Rica  
Escuela de Matemática  
Proyecto MATEM 2011

<http://matem.emate.ucr.ac.cr/>  
tel. (506) 2511-4528



## SOLUCIONARIO

PRIMER EXAMEN PARCIAL 2012 - Sábado 14 de abril

### Selección única

1	D		8	D		15	B		22	C		29	A	
2	C		9	C		16	A		23	B		30	D	
3	A		10	B		17	B		24	B		31	C	
4	D		11	C		18	D		25	C		32	B	
5	B		12	B		19	C		26	A				
6	A		13	D		20	B		27	C				
7	A		14	A		21	A		28	C				

### Desarrollo

1. Racionalice y simplifique la siguiente expresión algebraica

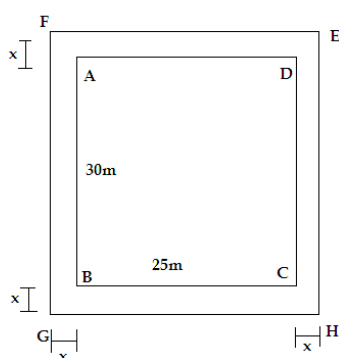
$$\frac{xy^2 - y}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{xy} - 1)}$$

Note que

$$\begin{aligned} \frac{xy^2 - y}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{xy} - 1)} &= \frac{xy^2 - y}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt{xy} - 1)} \frac{\sqrt[3]{x}(\sqrt{xy} + 1)}{\sqrt[3]{x}(\sqrt{xy} + 1)} \\ &= \frac{(xy^2 - y)\sqrt[3]{x}(\sqrt{xy} + 1)}{x(xy - 1)} \\ &= \frac{y(xy - 1)\sqrt[3]{x}(\sqrt{xy} + 1)}{x(xy - 1)} \\ &= \frac{y\sqrt[3]{x}(\sqrt{xy} + 1)}{x} \end{aligned}$$

2. Se tiene un terreno rectangular de dimensiones 30m por 25m. el terreno se rodeo externamente por un camino de ancho uniforme. Si se sabe que el área del camino es de  $250m^2$ , determine aproximadamente el ancho del camino.

Sea  $x$  el ancho del camino. En la figura siguiente ABCD representa el terreno.



Nótese que el área de EFGH es

$$25 \cdot 30 + 250 = (25 + 2x)(30 + 2x)$$

Esta ecuación es equivalente a

$$-4x^2 - 110x + 250 = 0$$

Las soluciones de la ecuación son  $-\frac{55}{4} \pm \frac{5}{4}\sqrt{161}$ . Como  $-\frac{55}{4} - \frac{5}{4}\sqrt{161}$  es negativo, se tiene que.

$$x = \frac{5}{4}\sqrt{161} - \frac{55}{4}m \approx 211cm$$

3. Resuelva la inecuación  $\frac{(x+6)(x-a)}{(x-b)} \geq 0$  donde  $a > b > 0$ . (5 puntos)

Note que los factores del numerador y denominador se hacen cero en -6, a y b, que de acuerdo a lo indicado estos están ordenados así

$$-6 < b < a$$

Sea  $f(x) = \frac{(x+6)(x-a)}{(x-b)}$ , note que  $D_f = \mathbb{R} - \{b\}$  y el signo de f está dado por la siguiente tabla

	$-\infty$	-6	b	a	$+\infty$
x+6	-	+		+	+
x-a	-	-		-	+
x-b	-	-		+	+
f(x)	-	+		-	+

Por lo tanto el conjunto solución de  $f(x) \geq 0$  es

$$S = [-6, b[ \cup [a, +\infty[$$