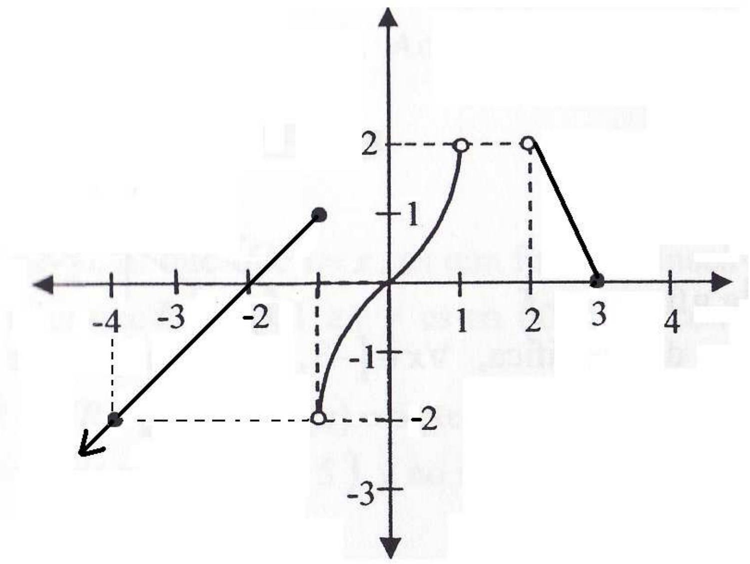
Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
PROYECTO MATEM - 2010
MA-0125 Matemática Elemental – Décimo Año

Solucionario

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL - sábado 19 de junio

ANÁLISIS DE GRÁFICA

A continuación se le presenta una gráfica, escriba en el espacio indicado lo que se le solicita.



a) El ámbito de f corresponde a $]-\infty,2[$

b) El dominio de f corresponde a $]-\infty,1[\cup]2,3]$

c) El conjunto solución de $f(x)<0$ corresponde a $]-\infty,-2[\cup]-1,0[$

d) El número de preimágenes de 1 es igual a 3

e) $f(x)<-2$ si x pertenece al conjunto $]-\infty,-4[$

f) La imagen de -2 es igual a 0

g) El número de cortes con el eje x es igual a 3

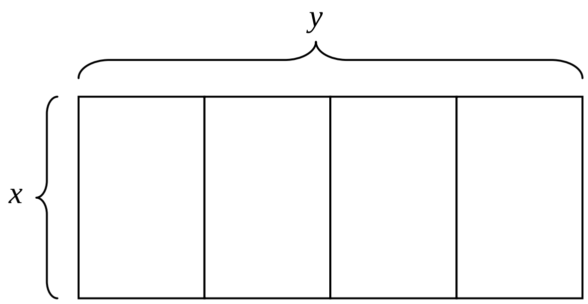
DESARROLLO

1. Un granjero dispone de 750 metros de alambre para cercar una región rectangular y después dividirla en cuatro corrales con cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo.

a. Escriba el criterio de una función que represente el área de la región.
b. Determine las dimensiones de la región rectangular que producen el área máxima.
c. Determine el área máxima que se puede encerrar entre los cuatro corrales juntos.

Solución:

Sean x y y son las medidas de los lados del terreno rectangular.



El área total de los cuatro corrales es $A = xy$

Como se dispone de 750 metros de alambre entonces $5x + 2y = 750$ de donde $y = \dfrac{750 - 5x}{2}$.

Utilizando esta igualdad se puede expresar el área en términos de una sola variable:

$$A = xy = x\left(\frac{750 - 5x}{2}\right)$$

$$A = \frac{750x - 5x^2}{2} = -\frac{5}{2}x^2 + 375x$$

$$A(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 375x$$

La función A es una función cuadrática cuya gráfica es una parábola cóncava hacia abajo. Se puede concluir que el vértice es el punto máximo. El vértice se calcula a continuación:

Si $a=-\frac{5}{2},\ b=375,\ c=0$ entonces $\Delta=(375)^2-4\cdot\frac{-5}{2}\cdot 0=140625$. Por lo tanto el vértice es $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)=\left(\frac{-375}{2\cdot\frac{-5}{2}},\frac{-140625}{4\cdot\frac{-5}{2}}\right)=\left(75,\frac{28125}{2}\right)$

Así, el ancho y el largo donde se alcanza el área máxima es 75 y $187,5$ respetivamente. El área máxima es $14062,5$.

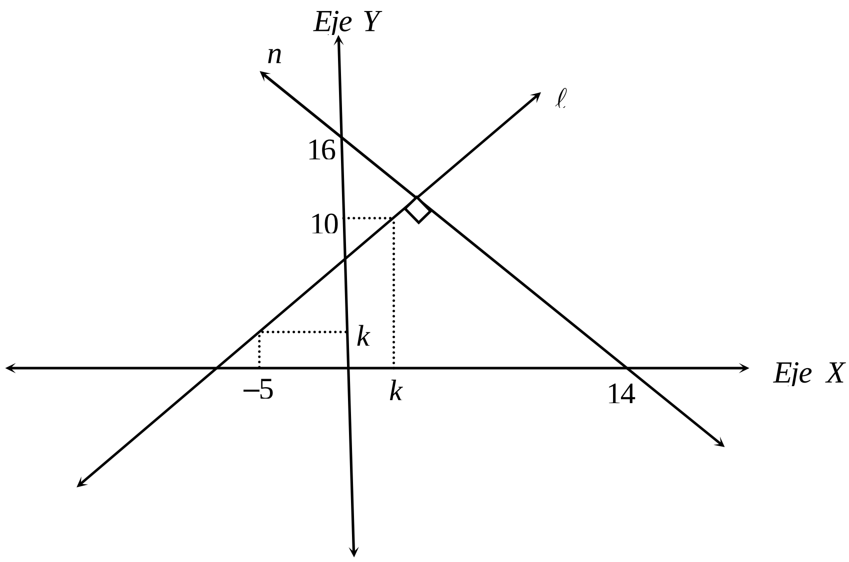
<u>Respuestas</u>

a. $A(x)=-\frac{5}{2}x^2+375x$

b. 75 y $187,5$

c. $14062,5$.

2. De acuerdo con los datos de la figura, determine la ecuación de la recta ℓ.



Solución:

a) Como la recta n pasa por los puntos $(14,0)$ y $(0,16)$ entonces la pendiente de esta recta es $m_1 = \frac{16-0}{0-14} = \frac{-8}{7}$.

b) Como las rectas n y ℓ son perpendiculares entonces la pendiente de la recta ℓ es $\frac{7}{8}$

c) Como la recta ℓ pasa por los puntos $(-5,k)$ y $(k,10)$ también se puede calcular la pendiente con la fórmula de la pendiente $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-k}{k+5}$

d) De b) y c) se tiene que $\frac{10-k}{k+5} = \frac{7}{8}$ por lo que

$\Rightarrow 8(10-k) = 7(k+5)$

$\Rightarrow 80 - 8k = 7k + 35$

$\Rightarrow 45 = 15k$

$\Rightarrow k = 3$

e) Entonces la recta ℓ pasa por los puntos $(-5,3)$ y $(3,10)$ y se puede calcular el valor de b usando uno se esos pares ordenados.

$$b = 10 - \frac{7}{8} \cdot 3 = \frac{59}{8}$$

f) Por lo tanto, la ecuación de la recta ℓ es $y = \frac{7x}{8} + \frac{59}{8}$

SELECCIÓN ÚNICA

1	A		8	D		15	D		22	B		29	C		36	B	
2	B		9	C		16	B		23	A		30	A				
3	C		10	A		17	B		24	B		31	B				
4	C		11	A		18	A		25	C		32	D				
5	D		12	D		19	A		26	B		33	D				
6	A		13	A		20	C		27	A		34	D				
7	B		14	D		21	A		28	C		35	C				