



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Solución I Parcial Precálculo

16 DE ABRIL DE 2016

Selección Única

1. a)	2. d)	3. a)	4. a)	5. b)	6. d)	7. c)	8. b)	9. c)	10. a)	11. d)
12. a)	13. c)	14. d)	15. b)	16. a)	17. c)	18. c)	19. a)	20. c)	21. d)	22. d)

Respuesta Corta

1. $(9 - 3x + y)(9 + 3x - y)$	2. $(3p - 2q)(2p - q)$
3. $\frac{9x^4}{y^2}$	4. $\frac{n}{m^2}$
5. $A(-1, 0)$	6. Una curva de la forma $ax^2 + bx + c$ donde $a > 0; b, c \in \mathbb{R}$
7. $\sqrt{146}$	8. $(-3, 0)$ y $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
9. $y = \frac{-4x + 8}{7}$	10. concéntricas

Desarrollo

1. Simplifique al máximo la siguiente expresión.

$$\frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \left[1 - \frac{x}{(x+1)^2} \right] : \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

Nótese que:

$$\blacksquare x^4 - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$\blacksquare x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\blacksquare 1 - \frac{x}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 - x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - x}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2}$$

$$\blacksquare x + \frac{1}{x} = \frac{x^2 + 1}{x}$$

Así en la expresión original obtenemos:

$$\begin{aligned} & \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \left[1 - \frac{x}{(x+1)^2} \right] : \left(x + \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{x^2+x+1}{(x+1)^2} : \frac{x^2+1}{x} \\ &= \frac{x^2+1}{x+1} : \frac{x^2+1}{x} \\ &= \frac{x(x^2+1)}{(x+1)(x^2+1)} \\ &= \frac{x}{(x+1)} \end{aligned}$$

2. Determine el conjunto solución de la ecuación

$$\frac{3x - 3}{x + 1} + \frac{2x + 2}{x - 4} = \frac{5x^2 - 5x + 17}{x^2 - 3x - 4}$$

Nótese que $x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$

En esta ecuación fraccionaria las restricciones son: $x \neq -1; x \neq 4$

Trabajando con la ecuación tenemos lo siguiente:

$$\frac{(3x - 3)(x - 4) + (2x + 2)(x + 1)}{(x - 4)(x + 1)} = \frac{5x^2 - 5x + 17}{(x - 4)(x + 1)}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 3x + 12 + 2x^2 + 2x + 2x + 2 = 5x^2 - 5x + 17$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 11x + 14 = 5x^2 - 5x + 17$$

$$\Leftrightarrow -6x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

El valor obtenido no coincide con las restricciones por lo que el conjunto solución es $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

3. Resuelva, por medio de ecuaciones, el siguiente problema.

Si el mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 2 y el residuo es 9 y si el triple del menor se divide por el mayor el cociente es 1 y el residuo 14.

Calcule los números que cumplen la relación anterior.

Sea x el número mayor y y el número menor.

Por el algoritmo de la división y de acuerdo con lo planteado en el problema se tienen las siguientes ecuaciones:

$$x = 2y + 9 \wedge 3y = x + 14$$

Así, planteamos el sistema:
$$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x - 3y = -14 \end{cases}$$

De donde obtenemos que $y = 23$ y $x = 55$.

Estos son los números buscados.