COLEGIO INTERNACIONAL SEK-CR

SOLUCIONARIO SIMULACRO 01 DEL 2016

⋆ Por: Prof. Álvaro Elizondo Montoya.⋆

1. (D) La ecuación de una circunferencia de centro $C(x_0, y_0)$ y radio r es: $\boxed{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2=r^2}$ luego, la ecuacioń sería:

$$\begin{aligned}(x--3)^2+(y--5)^2 &= 7^2\\ (x+3)^2+(y+5)^2 &= 49\\ x^2+6x+9+y^2+10y+25 &= 49\\ x^2+y^2+6x+10y-15 &= 0\end{aligned}$$

2. (B) Para resolver este ejercicio, completemos cuadrados, recuerde que: $\boxed{x^2+ax+b=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+b-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$$\begin{aligned}x^2+y^2-8x+9y-74 &= 0\\ x^2-8x+y^2+9y &= 74\\ (x-4)^2-4^2+\left(y+\frac{9}{2}\right)^2-\left(\frac{9}{2}\right)^2 &= 74\\ (x-4)^2+\left(y+\frac{9}{2}\right)^2 &= 74+4^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2\\ (x-4)^2+\left(y+\frac{9}{2}\right)^2 &= 74+16+\frac{81}{4}\\ (x-4)^2+\left(y+\frac{9}{2}\right)^2 &= \frac{441}{4}\end{aligned}$$

3. (C) La ecuación de una circunferencia de centro $C(x_0, y_0)$ y radio r es: $\boxed{(x-x_o)^2+(y-y_o)^2=r^2}$ luego, la ecuacioń sería:

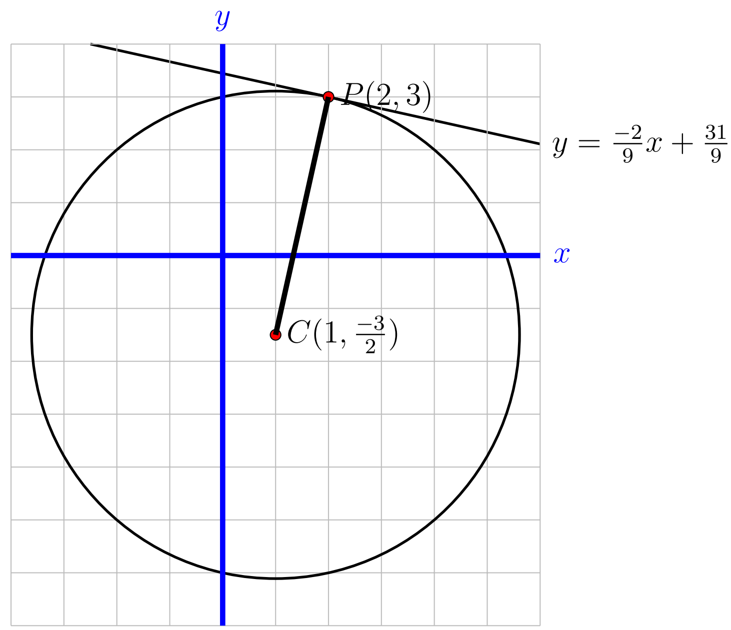
$$\begin{aligned}(x-6)^2+(y-2)^2 &= 5^2\\ x^2-12x+36+y^2-4y+4 &= 25\\ x^2+y^2-12x-4y+15 &= 0\end{aligned}$$

4. (D) Usaremos dos métodos diferentes:

$\boxed{\text{Sin cálculo}}$ Primero hallemos el centro de la circunferencia, para esto completamos cuadrados:

$$\begin{aligned}x^2+y^2-2x+3y-18 &= 0\\ (x-1)^2-1^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2 &= 18\\ (x-1)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2 &= 18+1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2\\ (x-1)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{85}{4}\end{aligned}$$

El centro de la circunferencia sería el punto: $C(1, \frac{-3}{2})$, luego la pendiente del segmento CP sería: $m = \dfrac{3 - \frac{-3}{2}}{2-1} = \dfrac{9}{2}$ y la pendiente de la recta que es tangente sería: $m_\perp = \dfrac{-1}{\frac{9}{2}} = \dfrac{-2}{9}$.
Determinemos el valor de b en la ecuación $y = mx + b$ usando $\boxed{b = y_1 - m \cdot x_1}$ donde (x_1, y_1) es un punto de la recta y m la pendiente de la misma, así $b = 3 - \frac{-2}{9} \cdot 2 = \frac{31}{9}$.
En resumen, la ecuación buscada es: $y = \dfrac{-2}{9}x + \dfrac{31}{9}$
Para ilustrar:



$\boxed{\text{Con cálculo}}$ Derivamos en forma implícita:

$$2x + 2y \cdot y' - 2 + 3y' = 0$$

Sustituyo x por 2 y y por 3:

$$2(2) + 2(3) \cdot y' - 2 + 3y' = 0$$

De donde $9y' = -2 \Rightarrow y'|_{(2,3)} = \dfrac{-2}{9}$ Luego $b = 3 - \frac{-2}{9} \cdot 2 = \frac{31}{9}$, así, la ecuación de la recta es $y = \dfrac{-2}{9}x + \dfrac{31}{9}$

5. (D) Despejando y nos queda: $y = \dfrac{-2x+5}{3}$ de donde se observa que la pendiente es $\dfrac{-2}{3}$, luego una recta paralela puede ser: $y = \dfrac{-2x}{3} + 5$

6. (C) La pendiente de ℓ_1 es $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, luego la pendiente de ℓ_2 es -2, y como pasa por el punto $(-2, 0)$, entonces $b = 0 - -2 \cdot -2 = -4$, así: $\ell_2 : y = -2x - 4$

7. (A) Para trasladar el punto $P(3, -2)$ al punto $O(0,0)$, basta realizar la sustitución: $x' = x - 3$ y $y' = y + 2$; de donde: $x = x' + 3$ y $y = y' - 2$, realizando la sustitución en la ecuación de la circunferencia, se tiene:

$$\begin{aligned}
x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 &= 0 \\
(x'+3)^2 + (y'-2)^2 - 6(x'+3) + 4(y'-2) - 3 &= 0 \\
(x')^2 + 6x' + 9 + (y')^2 - 4y' + 4 - 6x' - 18 + 4y' - 8 - 3 &= 0 \\
(x')^2 + (y')^2 &= 16
\end{aligned}$$

8. (C) La medida del $\angle$ externo de determina mediante: $\boxed{m\angle ext = \dfrac{360^o}{n}}$, así $m\angle ext = \dfrac{360^o}{5} = 72^o$

9. (C) $\tan(36^o) = \frac{\frac{AE}{2}}{6} \Rightarrow AE \approx 8{,}7185$, de donde el área es: $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{5 \cdot 8{,}7185\ \cdot\ 6}{2} = 130{,}77\, cm^2$

10. (C) $p = 5 \cdot AE = 5 \cdot 8{,}7185 \approx 43,59\, cm$

11. (A) Hay que trasladar el punto $(0,0)$ al punto $(-2,4)$, esto lo haremos mediante la sustitución: $x' = x-2$ y $y' = y+4$, de donde $x = x'+2$ y $y = y'-4$, luego la ecuación queda: $(x'+2)^2+(y'-4)^2 = 36$

12. (C)

    a) $AB = \sqrt{(3-1)^2+(4-1)^2} = \sqrt{13}\, cm$
    b) $BC = 4-2 = 2\, cm$
    c) $CD = \sqrt{(5-3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{5}\, cm$
    d) $AD = 5-1 = 4\, cm$

    Luego el perímetro es: $p = \sqrt{13}+\sqrt{5}+6 \approx 11{,}84\, cm$

13. (C) La fórmula para la suma de ángulos internos es: $\boxed{S\angle int = 180^o \cdot (n-2)}$ y la suma de los ángulos externos es 360^o, luego se tiene la ecuación: $1980^o = 180^o(n-2)+360^o \Rightarrow n = 11$, para hallar su número total de diagonales se usa $D = \frac{n(n-3)}{2}$, así $D = \frac{11(11-3)}{2} = 44$

14. (D) I. Es falsa pues A es homólogo con D respecto a el eje de simetría "e".
    II. es evidentemente verdadera.

15. (C) Es claro que el camino más corto es de R a C y luego hasta A, que es la ruta que seguiría un rayo de luz que sale de R, rebota en el canal (cual espejo) y llega hasta A.

16. (A) Basta calcular; $k = \frac{EH}{AD} = \frac{6}{3} = 2$

17. (A) Rotación.

18. (C)

    a) $A(2,8) \to A'(2+3, 8+4) = A'(5,12)$
    b) $B(4,3) \to A'(4+3, 3+4) = B'(7,7)$
    c) $C(6,7) \to A'(6+3, 7+4) = C'(9,11)$

19. (B) El área lateral de un cilindro se determina mediante: $A_L = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\, \pi\, cm^2$

20. (B) El área lateral de un cono se determina mediante: $A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 \cdot \sqrt{9^2+12^2} = 135\, \pi\, cm^2$

21. (D) Circunferencia

22. (B) Radio

23. (C) Basta resolver: $2\pi \cdot r \cdot h = A_L$, de donde $2\pi \cdot 3\, cm \cdot h = 60\, cm^2 \Rightarrow h = \dfrac{60\, cm^2}{6\pi\, cm} = \dfrac{10\, cm}{\pi}$

24. (C) $\{x | x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 8\}$

25. (C) $\{x | x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq 0\}$

26. (D) $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

27. (B) $A = U$, entonces $B^C = U - B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

28. (C) I. es función mientras que II. no es función pues $g(-4) \neq -2$

29. (D) I es falso mientras que II es verdadero.

30. (A) $f\left(\frac{1}{3}\right) = \dfrac{2 - 3\left(\frac{1}{3}\right)}{2} = \dfrac{2-1}{2} = \dfrac{1}{2}$

31. (D) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x-3) = (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

32. (C) Basta resolver: $2 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow x \in [-2, +\infty[$

33. (C) Usando que $\boxed{m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ se tiene: $\boxed{m = \dfrac{8-3}{-4 - -2} = \dfrac{5}{-2} = \dfrac{-5}{2}}$

34. (C) Es fácil ver que: $m = \dfrac{-\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-3}{3} = -1$ además $b = 3$, así la ecuación es $y = -x + 3$

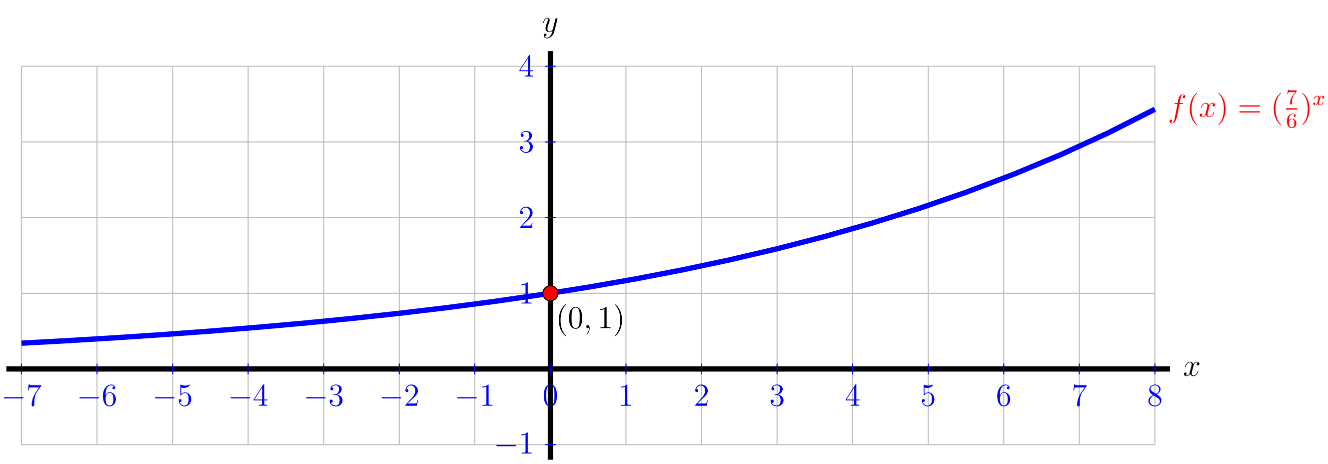
35. (C) El eje de simetría se obtiene mediante: $x = \frac{-b}{2a}$, así, $x = \frac{--6}{2 \cdot -1} = \frac{6}{-2} = -3$, es decir $x = -3$.

36. (B) Para hallar el corte con el eje x basta cambiar y por cero y despejar x, es decir:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - 2(0) &= 5 \\ 2x &= 15 \\ x &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

Luego interseca en el punto $(\frac{15}{2}, 0)$

37. (D) La gráfica quedaría así:



Se deduce que f es estrictamente creciente pues la base es $a = \frac{7}{6} > 1$, el ámbito es $]0, +\infty[$, el punto $(0, 1)$ si pertenece al gráfico de f.

38. (C) Es claro que f es decreciente y por tanto $0 < a < 1$, así solo I es correcta.

39. (C) Basta resolver: $I(x) = 8\,740\,000$.

$$\begin{aligned} 5\,750\,000 + 0{,}08x &= 8\,740\,000 \\ 0{,}08x &= 8\,740\,000 - 5\,750\,000 \\ 0{,}08x &= 2\,990\,000 \\ x &= \frac{2\,990\,000}{0{,}08} \\ x &= 37\,375\,000 \end{aligned}$$

40. (C) $h_{max} = \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-(b^2-4ac)}{4a} = \dfrac{-(10^2 - 4\cdot -5 \cdot 0)}{4\cdot -5} = \dfrac{-100}{-20} = 5\,m$

41. (B) Nótese que si la primer ecuación se multiplica por -3 se obtiene la segunda ecuación, luego el sistema tiene infinitas soluciones, es decir se intersecan en infinitos puntos. Se deduce que I. y II. son falsas.

42. (C) Basta resolver: $500\,000 + 10\,000\,t = 600\,000 + 5000\,t$

$$\begin{aligned} 500\,000 + 10\,000\,t &= 600\,000 + 5000\,t \\ 10\,000\,t - 5000\,t &= 600\,000 - 500\,000 \\ 5\,000\,t &= 100\,000 \\ t &= 20 \end{aligned}$$

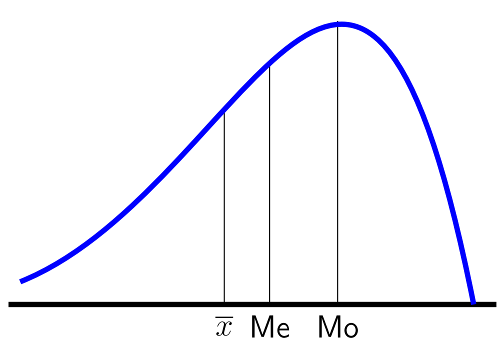
43. (C) $log(8x^2) - log(0{,}5x) = log\left(\dfrac{8x^2}{0{,}5x}\right) = log(16x)$

44. (D) Basta resolver: $log_2\left(\dfrac{P}{6}\right) = 8$

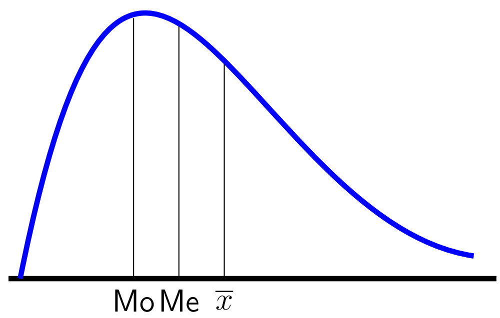
$$\begin{aligned} log_2\left(\frac{P}{6}\right) &= 8 \\ \frac{P}{6} &= 2^8 \\ \frac{P}{6} &= 256 \\ P &= 1536 \end{aligned}$$

45. (A) Se tiene que: $n = 250$, $Me = 67{,}4\,kg$, $Mo = 65\,kg$ y $\overline{M} = 74\,kg$, se deduce que el peso más usual es $65\,kg$
Nota: El peso que repite más veces es el que se denomina la moda.

46. (D) Recuerde que una distribución de frecuencias con asimetría negativa tiene la forma:



47. (B) Se muestra una distribución de frecuencias con asimetría positiva, luego: $a = Mo$, $b = Me$ y $c = \overline{x}$



48. (D) Aquí se debe calcular la nota como un promedio ponderado:

   a) Nota de Andrea: $\dfrac{35 \cdot 63 + 15 \cdot 84 + 40 \cdot 60 + 5 \cdot 98 + 5 \cdot 100}{100} = 68{,}55$

   b) Nota de Patricia: $\dfrac{35 \cdot 72 + 15 \cdot 70 + 40 \cdot 71 + 5 \cdot 95 + 5 \cdot 97}{100} = 73{,}7$

   Así Patricia obtuvo una nota promedio mayor que la de Andrea.

49. (A) Resolvamos mediante dos métodos:

   a) $\boxed{\text{Método uno: A ``mano''}}$

   La varianza se define como: $\boxed{V = \sigma^2 = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$, entonces para el conjunto de datos:

   1) $\overline{x} = \dfrac{90{,}3 + 91{,}6 + 90{,}9 + 90{,}4 + 90{,}3 + 91{,}0 + 87{,}9 + 89{,}4}{8} = 90{,}225$

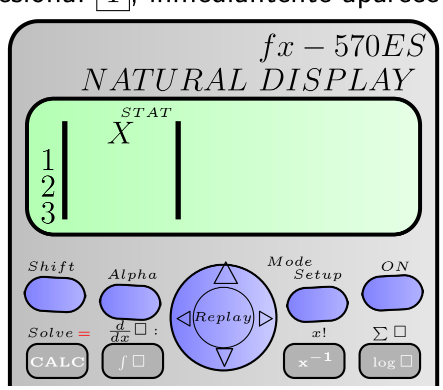
   2) $V = \dfrac{(90{,}3 - 90{,}225)^2 + (91{,}6 - 90{,}225)^2 + (90{,}9 - 90{,}225)^2 + (90{,}4 - 90{,}225)^2 + (91 - 90{,}225)^2 + (87{,}9 - 90{,}225)^2 + (89{,}4 - 90{,}225)^2}{8} = \dfrac{9{,}075}{8} = 1{,}134375 \approx 1{,}13$

   b) $\boxed{\text{Método dos: Con la calculadora}}$

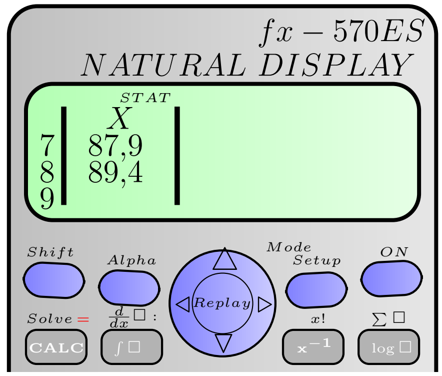
   1) Primero debemos limpiar los datos estadísticos anteriores que pueda tener almacenados la calculadora, para esto presione: $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{9}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{AC}$.

   2) Seguidamente ingresamos al MODO estadístico, para esto presionamos: $\boxed{MODE}$ $\boxed{3}$

   3) Para ingresar los datos se presiona: $\boxed{1}$, inmediantente aparece en la pantalla:



   4) Luego se ingresan los datos, se escribe y se presiona $\boxed{=}$ para ingresar el siguiente, de tal forma que terminamos con una pantalla como esta:



5) Se presiona ahora: $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{3}$, e inmediatamente aparece el valor de la desviación estándar[1] del conjunto de datos, esta es $\sigma = 1{,}06507042$, como lo que solicita es la varianza, este valor debe elevarse al cuadrado, así: $V = \sigma^2 = 1{,}06507042^2 \approx 1{,}13$

50. (B) El recorrido es: $\boxed{\text{R=valor máximo - valor mínimo}}$ por lo tanto:$R = 91{,}6 - 87{,}9 = 3{,}70$

51. (D) I es falsa pues las edades están más aglutinadas en la caja "a" que en la caja "b".
II es correcta pues $R = Q_3 - Q_1 = 38{,}5 - 26{,}5 = 12$ años

52. (A) El coeficiente de variación se determina mediante: $\boxed{C.V. = \frac{\sigma}{\overline{x}} \cdot 100\,\%}$

   a) Para los niños: $C.V. = \frac{3{,}1}{58{,}2} \cdot 100\,\% \approx 5{,}3\,\%$
   b) Para las niñas: $C.V. = \frac{5{,}2}{52{,}4} \cdot 100\,\% \approx 9{,}9\,\%$

53. (D) I es falsa pues la desviación estándar para los ninños es menor que la de las niñas, II es verdadera pues el promedio los niños $(58{,}2\,kg)$ es mayor que el de las niñas $(52{,}4\,kg)$.

54. (A) Se tiene que $A \cap B = \{6, 12\}$ y $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

55. (D) Hallemos el espacio muestral: $E = \{BB, BA, BR, AB, AA, AR, RB, RA, RR\}$, luego eliminando las posibilidades en que las bolas sean del mismo color se tiene: $M^C = \{BA, BR, AB, AR, RB, RA\}$

56. (D) El complemento del evento B es que el número que muestra el dado no sea un 4, es decir, que salga un 1,2,3,5 ó 6, lo cuál no es el evento A.
Los eventos A y B son mutuamente excluyentes pues de suceder uno, no podría suceder el otro, es decir, si sale impar, no podría ser un 4, si sale un 4 el número no será impar.

57. (D) Considere la siguiente tabla, se encierra en un círculo cada vez que la suma es mayor que 5:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Nótese que la suma es mayor que 5 en 26 de las 36 posibilidades, luego la probabilidad es de $p = \frac{26}{36} \approx 0{,}72$

[1] Existen dos maneras de calcular la desviación estándar, una usando un denominador n y otro usando un denominador $n-1$, se usa el primero si nos dan los datos de una población y el segundo si se trata de una muestra.

58. (C) Como el $30\,\%$ práctica fútbol y el $10\,\%$ practica fútbol y baloncesto, significa que solo $20\,\%$ practican únicamente fútbol, de igual forma se deduce que solo el $30\,\%$ practica baloncesto. El porcentaje de los que practican deporte es: $20\,\% + 10\,\% + 30\,\% = 60\,\%$, luego la probabilidad de elegir un estudiante y que no practique fútbol ni baloncesto es del $40\,\%$ es decir de $0{,}40$

59. (B) Solo tres de cada 10 estudiantes practica fútbol, y solo uno de ellos practica ambos deportes, luego la probabilidad es de $\frac{1}{3} \approx 0{,}33$

60. (A) Solo cuatro de cada 10 estudiantes practica baloncesto, y solo uno de ellos practica ambos deportes, luego la probabilidad es de $\frac{1}{4} = 0{,}25$

Profesor: Álvaro Elizondo Montoya