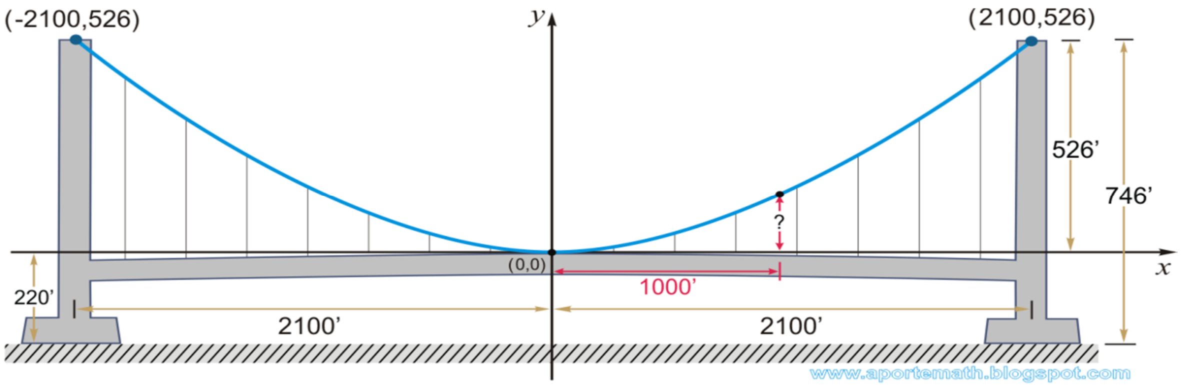
II EXAMEN PARCIAL 2017

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

Nombre: ______________________________ Código: ______

Colegio: ____



Fórmula 1

Sábado 17 de junio de 2017

INSTRUCCIONES

1. **El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.**

2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.

3. Este examen consta de dos partes. La primera de ellas es de selección única (28 puntos), y la segunda de desarrollo (22 puntos).

4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto.

5. En la parte de desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.

6. **En los ítems de selección**, usted deberá rellenar con lápiz, **en la hoja de respuestas**, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, **sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.**

7. **En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento** que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente bolígrafo de tinta indeleble azul o negra.

8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna **pregunta** está **desordenada**, ésta, **no se calificará**.

9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.

10. Trabaje con calma. Le deseamos el mayor de los éxitos.

PRIMERA PARTE. SELECCIÓN ÚNICA (Valor 28 puntos)

1. Al resolver la desigualdad $\frac{2-3x}{5} < \frac{1-4x}{2}$ se obtiene que

A) $x > \frac{1}{14}$

B) $x \geq \frac{1}{14}$

C) $x < \frac{1}{14}$

D) $x = \frac{1}{14}$

2. El conjunto solución de $(2-2x)(x^2+x+1) > 0$ corresponde a

A) $]1, +\infty[$

B) $]-\infty, 1[$

C) $]-\infty, 1]$

D) $]-\infty, -1[$

3. De las siguientes inecuaciones, en $\mathbb{R} - \{0\}$, son siempre verdaderas:

I. $x^2 > 0$ **II.** $x^2 > x$ **III.** $|x| > 0$

A) Solo II y III

B) Solo I y III

C) Solo I y II

D) Ninguna

4. De las siguientes desigualdades en $\mathbb{R}$,

I. $x^2+1 \geq 2x$

II. $x + \frac{1}{x} > 2$

III. $x^2 + 4 > 4x$

son siempre verdaderas , solamente:

A) I

B) I y II

C) I y III

D) II y III

5. El conjunto solución de $\frac{x+1}{1-x} \leq 0$ corresponde a

A) $\mathbb{R} - \{1\}$

B) $[-1,1[$

C) $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

D) $]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$

6. Sean $A(x), B(x)\ y\ C(X)$ polinomios tales que

$\frac{-1}{2}$ **0** **1**

$A(x)$	+	+	+	+
$B(x)$	+	-	-	-
$C(x)$	-	-	-	+

Entonces, el conjunto solución de $\frac{A(x)}{B(x)\cdot C(x)} \geq 0$, corresponde a

A) $\left[\frac{-1}{2}, 1\right]$

B) $\left]\frac{-1}{2}, 1\right[$

C) $\left]\frac{-1}{2}, 1\right[- \{0\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{,2}, 0,1\right\}$

7. El conjunto solución de la inecuación $|2x + 3| \geq 7$ corresponde a

A) $]-5, 2[$

B) $[-\infty, -5]$

C) $]-\infty, -5] \cup [2, +\infty[$

D) $]-\infty, -5[\cup]2, +\infty[$

8. El conjunto solución de $\sqrt[4]{(2x-1)^4} \leq 0$ es

A) $\emptyset$

B) $\mathbb{R}$

C) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

9. El conjunto solución de $|3 - 2x| \leq 5$ es

A) $[1{,}4]$

B) $]1{,}4[$

C) $[-1{,}4]$

D) $]-1{,}4]$

10. Considere el siguiente enunciado:

Si el lado de un cuadrado de lado l se duplica, su perímetro aumenta 40 m. Una ecuación que permite determinar la medida del lado del cuadrado corresponde a

A) $2l = 40$

B) $8l = 40$

C) $8l = 4l + 40$

D) $8l = 4l - 40$

11. Si el par ordenado $(1{,}4)$ pertenece al gráfico de la función

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = (a-1)x + 5$$

Considere las siguientes proposiciones:

I. f es creciente

II. f es decreciente

III. f es constante

entonces con certeza, se cumplen

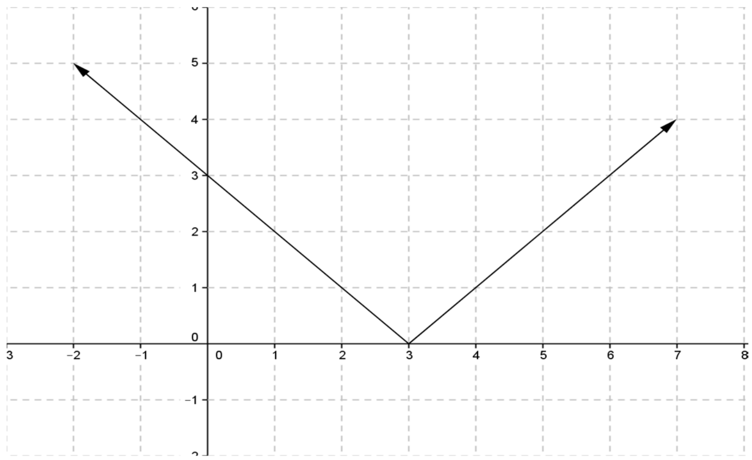
A) Solo la I

B) Solo la II

C) Solo la III

D) Ninguna

12. Considere la transformación de la gráfica para la función con criterio $f(x) = |x|$



Se puede asegurar con certeza, que la gráfica de f tiene una transformación cuyo nombre es

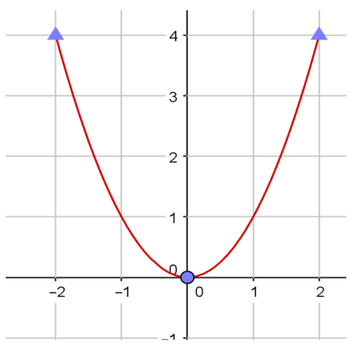
A) simetría con respecto al eje X.

B) simetría con respecto al eje Y.

C) traslación horizontal de 3 unidades a la derecha.

D) traslación vertical de 3 unidades a la izquierda.

13. Si $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función tal que su gráfica es la siguiente, entonces el ámbito de la función $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ determinada por $h(x) = -g(x+3)+1$ corresponde a



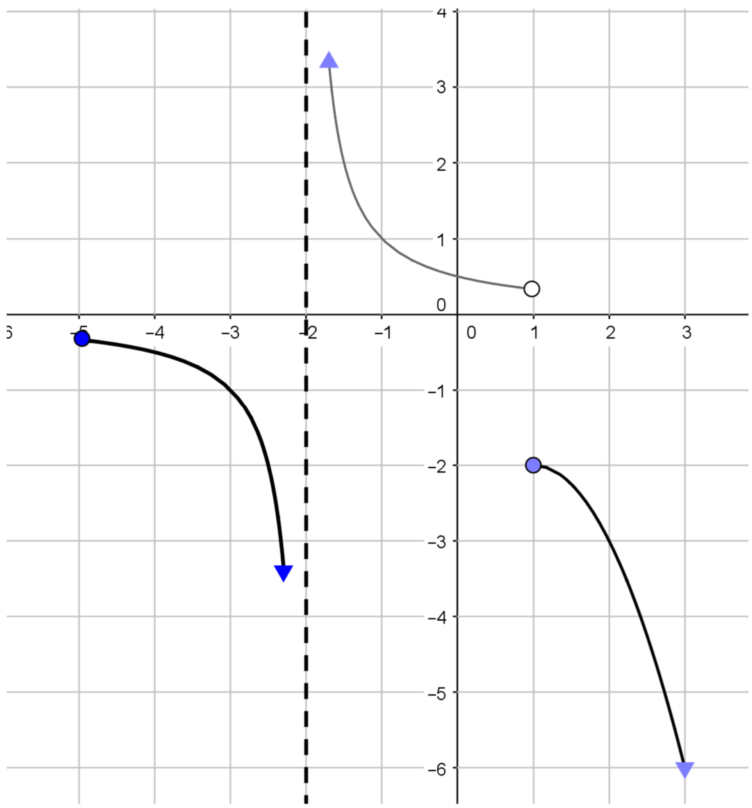
A) $]-\infty, 1]$

B) $]-\infty, -3]$

C) $[-3, +\infty[$

D) $[1, +\infty[$

Para responder los ítems 14, 15, 16, 17 y 18, refiérase a la siguiente gráfica de la función g:



14. Un intervalo donde g es decreciente, corresponde a

A) $]-5, -1]$

B) $]-4, -2[$

C) $]-4, 2]$

D) $]-4, 1]$

15. Un intervalo donde la función g es positiva, corresponde a

A) $]0, 1[$

B) $]1, 5]$

C) $[-2, 0[$

D) $]-2, 1]$

16. El dominio máximo de la función g, corresponde a

A) $]-\infty,+\infty[$

B) $]-5,-2[\,\cup\,]5,+\infty[$

C) $[-5,-2[\,\cup\,]-2,+\infty[$

D) $]-5,-2[\,\cup\,]-2,1[\,\cup\,]1,+\infty[$

17. El número de preimágenes de -7, corresponde a

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

18. El valor numérico de la expresión $\frac{g(-3)-g(1)}{g(-1)}$, corresponde a

A) 0

B) 1

C) -1

D) -3

19. Si $f: \mathbb{R}-\{-2\} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$, entonces, $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, corresponde a

A) $\frac{3}{(x+2)(x+2+h)}$

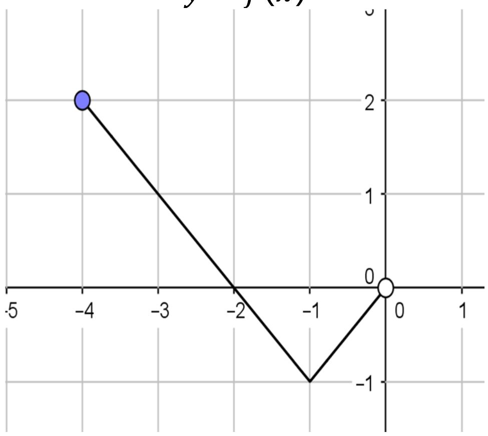
B) $\frac{h-2}{(x+2)(x+2+h)}$

C) $\frac{h}{(x+2)(x+2+h)}$

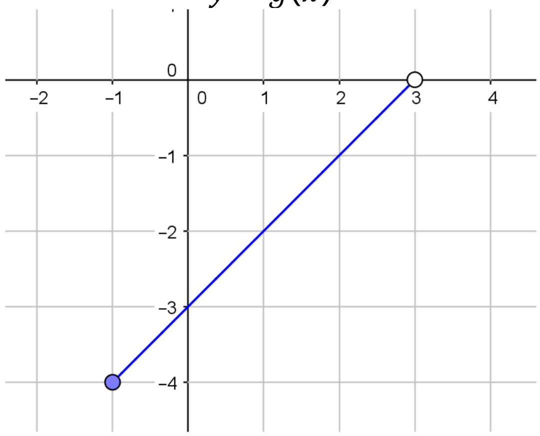
D) $\frac{4x+2xh+3h-2x-4}{(x+2)(x+2+h)}$

20. Considere las funciones $f: [-4{,}0[\to [-1{,}2]$ y $g: [-1{,}3[\to [-4{,}0]$ cuyas gráficas son las siguientes:

$y = f(x)$



$y = g(x)$



El valor numérico al efectuar $f\big(g(1)\big) - f\big(g(-1)\big)$ corresponde a

A) -4

B) -2

C) -1

D) 0

21. Sean f y g funciones definidas en su máximo dominio de criterios

$f(x) = \sqrt{1-x}$ y $g(x) = \sqrt{x-1}$ respectivamente, entonces el dominio de la función $f \cdot g$ corresponde a

A) $\emptyset$

B) $\mathbb{R}$

C) $\{1\}$

D) $]1, +\infty[$

22. Sean f y g funciones definidas en su máximo dominio de criterios $f(x) = x$ y $g(x) = x^2 - x$ respectivamente, entonces el criterio de la función $\frac{f}{g}$ corresponde a

A) x^2

B) $\frac{1}{x^2}$

C) $\frac{1}{x-1}$

D) $x - 1$

23. Si el dominio de la función $f(x) = -x + 5$ es $]-2,3]$, entonces el ámbito corresponde a

A) $]2,7]$

B) $]3,7]$

C) $]2,8]$

D) $[2,7[$

24. El costo en dólares de un objeto que, al venderlo a $11, se gana un tanto por ciento igual a dicho costo, corresponde a

A) 4

B) 9

C) 10

D) 11

25. Si k es un número real, considere la función definida en su dominio máximo por $f(x) = (k-1)x^2 + (k-2)x + k$ y analice las siguientes afirmaciones:

I. Si k = -1, la gráfica de f tiene dos intersecciones distintas con el eje X.

II. Si $k = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, la gráfica de f es tangente al eje X.

III. Si k = 2, la gráfica de f no tiene intersecciones con el eje X.

De ellas son verdaderas

A) I, II y III

B) únicamente I y II

C) únicamente I y III

D) únicamente II y III

26. Sea $f: [2,4[\to \mathbb{R}$ una función al que $f(x) = (x-4)^2 + 1$, el ámbito de f corresponde a

A) $[1, +\infty[$

B) $[1,5]$

C) $]1,5]$

D) $[1,5[$

27. Considere la función $f:]-\infty,0] \to IR$, $f(x) = \sqrt{-x}$. Una característica de f es

(A) sobreyectiva pero no inyectiva.

(B) inyectiva pero no sobreyectiva.

(C) no inyectiva ni sobreyectiva.

(D) inyectiva y sobreyectiva.

28. Si $f: [-1,1] \to [-1,3]$ es una función biyectiva tal que $f(x) = (x-1)^2 - 1$ entonces el criterio de f^{-1} , corresponde a

A) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} + 1$

B) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1} + 1$

C) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1$

D) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} - 1$

Fin de la primera parte

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

II EXAMEN PARCIAL 2017

PRECÁLCULO

Décimo Año

SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 22 puntos)

Resuelva en forma clara y ordenada cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Deben aparecer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

PREGUNTA	Valor	Puntos obtenidos
1	6 puntos	
2	5 puntos	
3	7 puntos	
4	4 puntos	
TOTAL	22 puntos	

1. **(6 puntos)** Determine el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{1}{(x+2)} \geq \frac{3}{(1-x)}$$

2. **(5 puntos)** Determine el dominio máximo D de la función $g\colon D \to \mathbb{R}$ definida por el siguiente criterio:

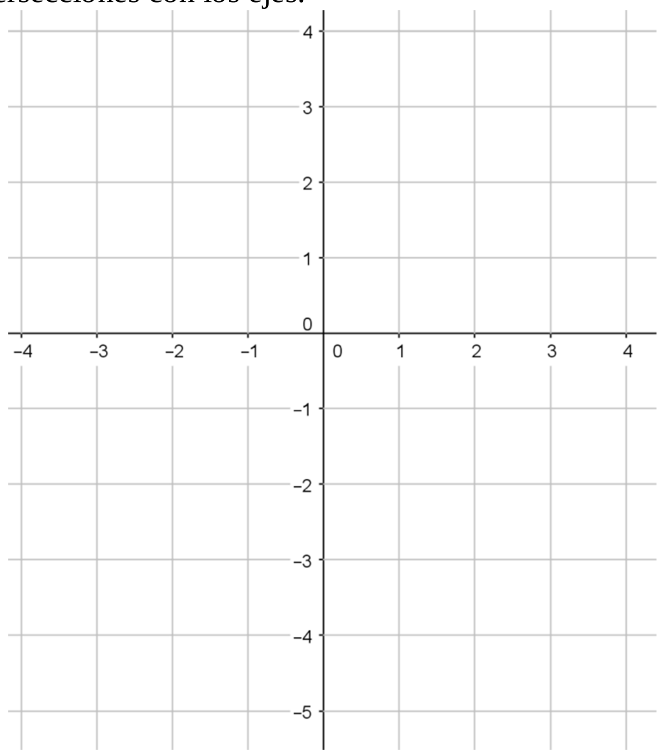
$$g(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{2x+1}-1} + \frac{1}{x}$$

3. **(7 puntos)** Para la función f definida en su dominio dado y codominio $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 + 1 & si\ x \leq -2 \\ -2x + 1 & si\ -1 < x < 3 \end{cases}$$

Con base en ella, conteste lo que se le solicita.

a. Trace la gráfica de f. 3 puntos
b. Determine el dominio y el rango de f. 2 puntos
c. Determine las intersecciones con los ejes. 2 puntos



4. **(4 puntos)** En una tienda donde se venden calculadoras se ha encontrado que cuando las calculadoras se venden en un precio p dólares por unidad, y el criterio que modela al ingreso R como una función del precio p es

$$R(p) = -750p^2 + 15000p$$

a. ¿Cuál es el precio, por unidad, que maximiza el ingreso? **1 punto**

b. ¿Cuál es el monto del ingreso máximo, si se cobra el precio máximo por unidad obtenido en el punto a? **3 puntos**

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EMat Escuela de Matemática

II EXAMEN PARCIAL 2017

PRECÁLCULO

-Décimo Año-

SOLUCIÓN PRIMERA PARTE. SELECCIÓN (Valor 28puntos)

1	C	**4**	A	**7**	C	**10**	C	**13**	A	**16**	C	**19**	A	**22**	C	**25**	**A**	**28**	**A**
2	B	**5**	D	**8**	C	**11**	B	**14**	B	**17**	C	**20**	B	**23**	D	**26**	**C**		
3	B	**6**	B	**9**	C	**12**	C	**15**	A	**18**	B	**21**	C	**24**	C	**27**	**B**		

SOLUCIÓN. SEGUNDA PARTE. DESARROLLO (Valor 22 puntos)

1. **(6 puntos)** Determine el conjunto solución de la siguiente inecuación:

$$\frac{1}{(x+2)} \geq \frac{3}{(1-x)}$$

Solución

$\frac{1}{(x+2)} - \frac{3}{(1-x)} \geq 0$ 1 pto.

$\leftrightarrow \frac{1-x-3(x+2)}{(x+2)(1-x)} \geq 0$ 1 pto.

$\leftrightarrow E(x) = \frac{-4x-5}{(x+2)(1-x)} \geq 0$ 1 pto.

(2 ptos)

$$\mathbf{-2} \qquad\qquad \mathbf{\frac{-5}{4}} \qquad\qquad \mathbf{1}$$

$x+2$	-		+	+		+
$1-x$	+		+	+		-
$-4x-5$	+		+	-		-
$E(x)$	-		+	-		+

$\boldsymbol{S} = \left]\mathbf{-2}, \frac{\mathbf{-5}}{\mathbf{4}}\right] \cup \left]\mathbf{1}, +\infty\right[$ **1 pto.**

2. (5 puntos) Determine el dominio máximo D de la función $g: D \to \mathbb{R}$ definida por el siguiente criterio:

$$g(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{2x+1}-1} + \frac{1}{x}$$

a. $\boldsymbol{x+2 \geq 0 \to x \geq -2}$ **1 pto.**

b. $\boldsymbol{2x+1 \geq 0 \to x \geq \frac{-1}{2}}$ 1 pto.

$\boldsymbol{c}.\ \boldsymbol{\sqrt{2x+1}-1 = 0}$ **1 pto.**

$\boldsymbol{\sqrt{2x+1} = 1}$

$\boldsymbol{\left(\sqrt{2x+1}\right)^2 = 1}$ **1 pto.**

$$\boldsymbol{2x+1 = 1}$$

$$\boldsymbol{x \neq 0}$$

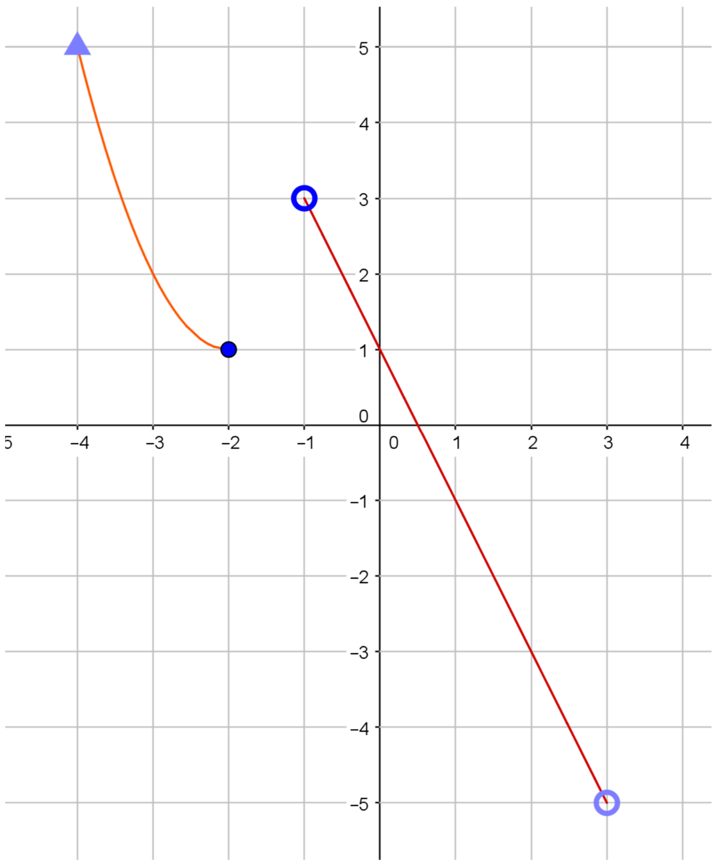
$\therefore\ \boldsymbol{D}: \left[\frac{\mathbf{-1}}{\mathbf{2}}, +\infty\right[- \{\mathbf{0}\}$ 1 pto.

3. (12 puntos) Considere la función f definida en su dominio máximo y codominio $\mathbb{R}$ por:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 + 1 & si\ x \leq -2 \\ -2x + 1 & si\ -1 < x < 3 \end{cases}$$

Con base en ella, conteste lo que se le solicita.

a. Trace la gráfica de .



3 puntos

b. Determine el dominio y el ámbito de f. $D_f:]-\infty, -2] \cup]-1,3[$ 2 puntos

$A_{f:}]-5, +\infty[$

c. Determine las intersecciones con los ejes. 2 puntos

$\cap_Y = (0,1))$ $\cap_X = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 1 punto c/u

4. (4 puntos) En una tienda donde se venden calculadoras se ha encontrado que cuando las calculadoras se venden en un precio p dólares por unidad, el ingreso R como una función del precio p es

$$R(p) = -750p^2 + 15000p$$

a. ¿Cuál debe ser el precio unitario para poder maximizar el ingreso? 1 punto

$$p = \frac{-15000}{2(-750)} = 10 \text{ dólares}$$

b. Si se cobra ese precio, ¿cuál será el ingreso máximo? 3 puntos

$\Delta = (15000)^2 - 4(-750) \cdot 0 = 225000000$ (1 punto)

$$\text{R}(10) = \frac{-225000000}{4(-750)} = 75000 \text{ dólares (2 puntos)}$$

ó

$$\boldsymbol{R}(10) = -750(10)^2 + 15000(10) = 75000 \text{ dólares}$$